

Noteer niet uitsluitend de antwoorden, maar ook je redeneringen (in correct Nederlands) en de formules die je gebruikt hebt! Maak daar waar nodig een schets van de situatie. Let op het juiste aantal significante cijfers en vergeet de eenheden niet! Maak de opgaven in de juiste volgorde en werk netjes.

Met potlood geschreven tekst wordt niet gecorrigeerd!
Het gebruik van Tipp-Ex is niet toegestaan.

Opgave 1

Lees onderstaand artikel.

Bij een PET-scan wordt een positron uitgezonden door een radioactieve isotoop. Na korte tijd annihileert zo'n positron met een elektron, waarbij in twee tegenovergestelde richtingen fotonen vrijkomen, die geregistreerd worden. Zie nevenstaande afbeelding voor een PET-scan-apparaat.



Vóórdat de annihilatieplaats vindt, bewegen de positronen met hoge snelheid door het lichaam van de patiënt. In stoffen zoals water en lichaamsweefsel is de lichtsnelheid kleiner dan de lichtsnelheid in vacuüm. Als de snelheid van een positron groter is dan de lichtsnelheid in het lichaam ($0,70 c$ met c de lichtsnelheid) dan produceert het een blauwachtig licht, Cerenkov-straling genoemd (ook wel gespeld als Cherenkov-straling of Tjerenkov-straling) dat door gevoelige camera's wordt gedetecteerd. Deze recente techniek wordt CLI (Cerenkov Luminescence Imaging) genoemd. De technieken PET en CLI kunnen gecombineerd worden tot één nieuw systeem van medische beeldvorming: PET samen met CLI.

Kankercellen nemen meer glucose op dan gewone cellen. Om een beeld van kankercellen te vormen, worden radioactieve isotopen ingebouwd in moleculen die sterk op glucose lijken. Een veelgebruikte isotoop is F-18, dat vervalt onder uitzending van een positron.

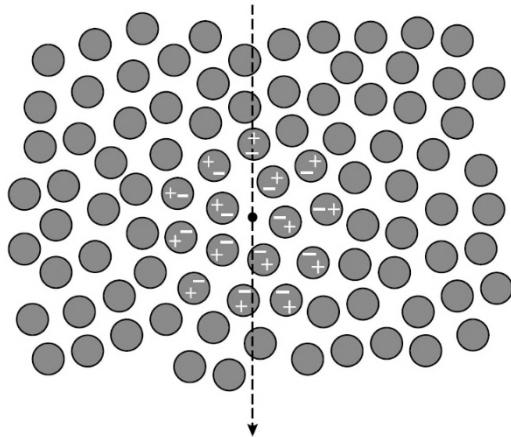
a) Geef de vervalvergelijking van F-18.

Cerenkov-straling

Als een geladen deeltje met een snelheid door lichaamsvocht beweegt, richten de omringende watermoleculen zich ten gevolge van de lading. Dit is weergegeven in de afbeeldingen A en B. De punt geeft de plaats van het deeltje aan. De pijl geeft de bewegingsrichting aan.

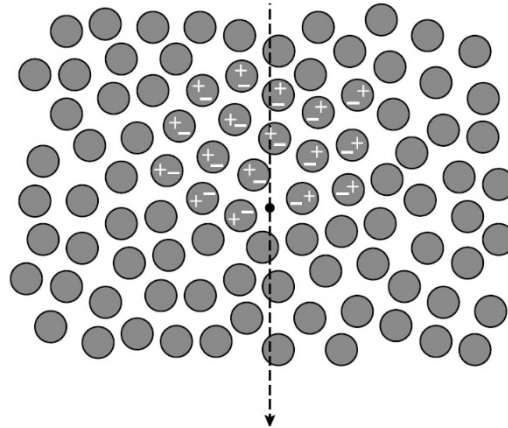
A

$$v < 0,70c$$



B

$$v > 0,70c$$



b) Hoe blijkt uit bovenstaande afbeelding dat het geladen deeltje een positron is en geen elektron?

Het effect van de bewegende lading op de omringende watermoleculen wordt doorgegeven met de snelheid van het licht in weefsel, dus met $0,70c$.

Een netto elektrisch veld ontstaat door alle gerichte watermoleculen samen. Een veranderend netto elektrisch veld produceert elektromagnetische straling.

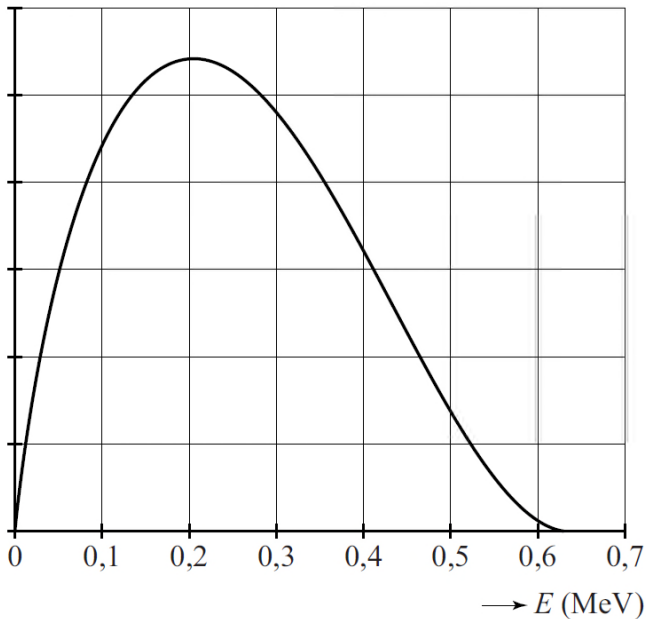
Alleen als een geladen deeltje met een grotere snelheid dan $0,70c$ door het weefsel beweegt, is er sprake van een veranderend netto elektrisch veld en wordt er straling uitgezonden, de zogenaamde Cerenkov-straling.

c) Beantwoord de volgende vragen:

- Geef aan hoe uit afbeelding A blijkt dat hier het netto elektrisch veld gelijk is aan nul.
- Geef aan hoe uit afbeelding B blijkt dat hier het netto elektrisch veld ongelijk is aan nul.
- Geef aan hoe het komt dat het netto elektrisch veld in de situatie van afbeelding B zich verplaatst.

Bij elk β^+ -verval gaat een deel van de vrijkomende energie naar een neutraal en vrijwel massaloos deeltje (een neutrino) dat ook vrijkomt. Als gevolg hiervan hebben niet alle uitgezonden positronen dezelfde energie. Bij een snelheid in de buurt van de lichtsnelheid moet gerekend worden met de relativiteitstheorie. Volgens de relativiteitstheorie hebben positronen met een snelheid van $0,70c$ een kinetische energie $E_k = 0,205 \text{ MeV}$.

In onderstaande afbeelding staat de verdeling van de door F-18 uitgezonden positronen als functie van hun kinetische energie.



De oppervlakte onder de grafiek is een maat voor het aantal positronen, zodat de totale oppervlakte overeenkomt met 100% van de positronen.

Hieronder staan drie schattingen van het percentage positronen dat direct na uitzending bijdraagt aan Cerenkov-straling in het weefsel.

- I. 40%
- II. 50%
- III. 60%

d) **Leg uit** welke schatting de beste is.

plaatsbepaling

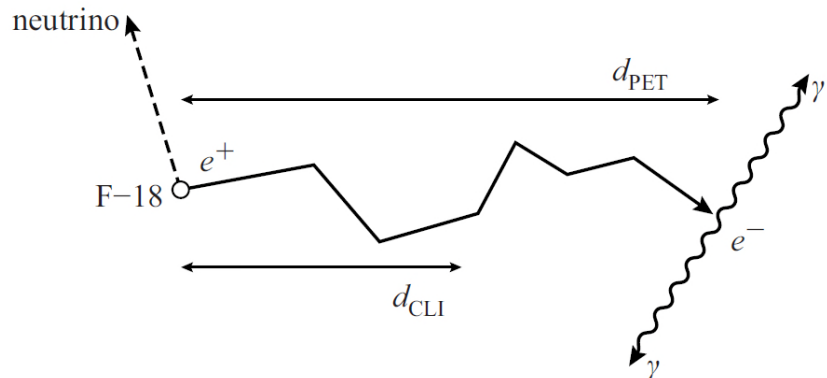
Het continue spectrum van Cerenkov-straling bestaat voor een groot deel uit blauwachtig, zichtbaar licht met een lage intensiteit. Deze straling kan inwendig in het lichaam of uitwendig gemeten worden.

Bij een uitwendige meting gelden de volgende voorwaarden:

- I. De omgeving is donker.
- II. De te bestuderen tumoren bevinden zich direct onder het huidoppervlak.

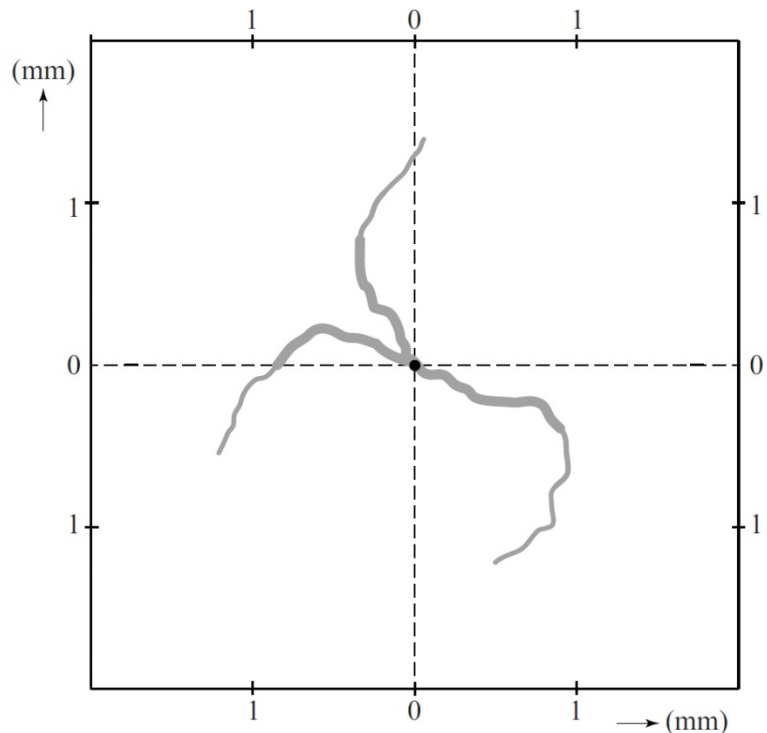
e) Geef voor elk van beide voorwaarden aan waarom die noodzakelijk is.

Met een geautomatiseerd systeem voor medische beeldvorming kan men uit de intensiteit en richting van de straling de plaats van de stralingsbron reconstrueren. De nauwkeurigheid hiervan wordt bepaald door het natuurkundige proces dat de straling veroorzaakt. Positronen die door een F-18-kern worden uitgezonden, geven hun kinetische energie af door interacties met moleculen van het weefsel, vandaar een kronkelige route. Dit is schematisch weergegeven in nevenstaande afbeelding.



d_{CLI} = de afstand die het positron overbrugt terwijl het Cerenkov-straling uitzendt
 d_{PET} = de afstand die het positron overbrugt tot het annihileert

In nevenstaande afbeelding is een simulatie weergegeven van het verval van drie F-18-kernen. De figuur toont de mogelijke positronsporen door het lichaamsweefsel. De F-18-kern is steeds in de oorsprong geplaatst. Een dik spoor geeft aan dat er Cerenkov-straling wordt uitgezonden.



- f) **Leg uit** waarom $d_{CLI} < d_{PET}$.
- g) **Leg uit** waarom de CLI-meting tot een nauwkeurigere plaatsbepaling komt dan de PET-meting.

Opgave 2

Lees het artikel.

Nucleaire diagnostiek begint in Petten

Bij het Energie Centrum Nederland in Petten wordt op commerciële basis molybdeen geproduceerd. Molybdeen (^{99}Mo) is radioactief en vervalt onder andere tot de isotoop technetium-99m ($^{99\text{m}}\text{Tc}$) die in ziekenhuizen veelvuldig wordt gebruikt voor diagnostisch onderzoek. De installatie in Petten produceert per week een hoeveelheid molybdeen met een activiteit van 400 curie.

naar: NRC Handelsblad

De 'curie' is een oude eenheid voor de activiteit. Zie de eenhedentabellen van BiNaS. De activiteit kan berekend worden met de formule:

$$A = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}} \cdot N$$

Hierin is:

- A de activiteit in Bq;
- $t_{1/2}$ de halveringstijd in s;
- N het aantal aanwezige kernen.

a) **Bereken** hoeveel kernen er aanwezig zijn in een hoeveelheid molybdeen-99 met een activiteit van 400 curie.

Het molybdeen kan vervallen naar de zogenaamde isomere toestand $^{99\text{m}}\text{Tc}$. Door uitzending van γ -straling vervalt een $^{99\text{m}}\text{Tc}$ -kern naar een ^{99}Tc -kern. Deze γ -straling wordt in ziekenhuizen gebruikt voor onderzoek.

Een radiodiagnostisch laborant moet tijdens zijn werk een badge dragen. Zie nevenstaande afbeelding.

b) **Leg uit** wat een badge registreert en hoe dit bij kan dragen aan de veiligheid van de radiodiagnostisch laborant.

Bij medische toepassingen is naast de halveringstijd van het γ -verval ook de biologische halveringstijd $t_{1/2,\text{bio}}$ van belang. Dit is de tijd die het lichaam gemiddeld nodig heeft om de helft van het aanwezige $^{99\text{m}}\text{Tc}$ uit te scheiden.

Een patiënt mag pas bezoek ontvangen van kleine kinderen 22 uur na het toedienen van het technetium. De activiteit is dan afgenomen tot 0,50‰ van de waarde bij het toedienen. Voor de activiteit $A(t)$ geldt de formule:

$$A(t) = A(0) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{\text{bio},1/2}}$$

c) **Bereken** de biologische halveringstijd van $^{99\text{m}}\text{Tc}$.

d) Geef drie redenen waarom $^{99\text{m}}\text{Tc}$ geschikt is voor medisch onderzoek.

Geef argumenten op basis van het doordringend vermogen van de ontstane straling, de halveringstijd en de ontstane dochterkern.

