

Opgaven

Opgave: Proxima Centauri

a) Vanuit het perspectief van het ruimteschip:

Vanuit het ruststelsel van de aarde of Proxima Centauri geldt dat de afstand tot van de aarde tot Proxima Centauri 4,28 lichtjaar is. Voor een ruimteschip dat met een snelheid van $0,95 \cdot c$ beweegt ten opzichte van dit assenstelsel geldt dat deze afstand aan lorentzcontractie onderhevig is.

Het blauwe assenstelsel is het ruststelsel van het ruimteschip.

Het rode assenstelsel is het ruststelsel van Proxima Centauri (of de aarde).

Er geldt:

$$s = v \cdot t$$

$$* s: \quad \ell = \frac{\ell'}{\gamma} = \ell' \cdot \sqrt{\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)}$$

$$* \ell = 4,28 \text{ lichtjaar}$$

$$* v = 0,95 \cdot c$$

$$\Rightarrow s = \ell' = 1,34 \text{ lichtjaar}$$

$$* v = 0,95 \cdot c$$

$$\Rightarrow t = 1,4 \text{ jaar}$$

Een reis naar de dichtstbijzijnde ster zou voor de astronauten dus slechts 1,4 jaar duren.

Vanuit het perspectief van het Proxima Centauri (of aarde):

$$s = v \cdot t$$

$$* s = 4,28 \text{ lichtjaar}$$

$$* v = 0,95 \cdot c$$

$$\Rightarrow t = 4,5 \text{ jaar}$$

Dit is de tijd voor een waarnemer op aarde.

Diezelfde tijd wordt in het ruimteschip anders waargenomen vanwege tijddilatatie.

$$t = \gamma \cdot t' = \frac{t'}{\sqrt{\left(1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2\right)}}$$

$$* t = 4,5 \text{ lichtjaar}$$

$$* v = 0,95 \cdot c$$

$$\Rightarrow t' = 1,4 \text{ jaar}$$

Ook nu geldt dat een reis naar de dichtstbijzijnde ster voor de astronauten slechts 1,4 jaar duurt.

- b) Voor de broer op aarde verstrijken $2 \cdot 4,5 + 1 = 10$ jaar tijd.
Voor de broer in het ruimteschip verstrijken $2 \cdot 1,4 + 1 = 3,8$ jaar tijd.
Er is dus een leeftijdsverschil van 6 jaar ontstaan.
Dit effect wordt extremer naarmate de snelheid van het ruimteschip dichterbij de lichtsnelheid komt.