

In dit vakgebied zul je snelheden vaak zien in vorm van $v = \frac{1}{2}c$ of $v = \frac{1}{2}$, dat betekent hetzelfde. In het ene geval wordt de tijd uitgedrukt in seconden en in het andere geval wordt de tijd uitgedrukt in meter. Beide notaties betekenen echter dat de snelheid gelijk is aan de halve lichtsnelheid.

Voor de berekening van relatieve snelheden wordt gebruik gemaakt van onderstaande formule:

$$u = \frac{v + u'}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}}$$

Een punt van aandacht daarbij is:

t in seconden: Stel $v = \frac{1}{3}c$ en $u' = \frac{1}{2}c$

$$\Rightarrow u = \frac{v + u'}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}} = \frac{\frac{1}{3}c + \frac{1}{2}c}{1 + \frac{\frac{1}{2}c \cdot \frac{1}{3}c}{c^2}} = \frac{5}{7}c$$

t in meter: Stel $v = \frac{1}{3}$ en $u' = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow u = \frac{v + u'}{1 + \frac{u' \cdot v}{1^2}} = \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{5}{7}$$

In de praktijk kom je beide notaties wel eens door elkaar tegen. Bijvoorbeeld: Stel $v = \frac{1}{3}c$ en $u = \frac{2}{3}c$ en bereken u' .

$$\Rightarrow \frac{2}{3}c = \frac{\frac{1}{3}c + u'}{1 + \frac{u' \cdot \frac{1}{3}c}{c^2}}$$

Neem t in meter dan is c gelijk aan 1

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{2}{3} &= \frac{\frac{1}{3} + u'}{1 + u' \cdot \frac{1}{3}} \\ \Rightarrow u' &= \frac{3}{7} \end{aligned}$$

Weer terug naar t in seconden

$$\Rightarrow u' = \frac{3}{7}c$$

In het algemeen blijkt uit de context wat er bedoeld wordt.

Opgave: Enterprise NX-01

- Het ruststelsel voor de Enterprise is het blauwe assenstelsel. De Enterprise staat dus stil ten opzichte van dit assenstelsel.
- Het ruststelsel voor de shuttle is het rode assenstelsel dat met een zekere constante snelheid v beweegt ten opzichte van het blauwe ruststelsel. De shuttle staat stil ten opzichte van het rode assenstelsel.
- De snelheid die je wilt weten is de snelheid u waarmee het wezen zich van de Enterprise verwijdert nadat het zich met een snelheid u' van de shuttle heeft gelanceerd.

Er geldt:

$$u = \frac{v + u'}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}}$$

$$* v = \frac{3}{4} \quad \text{Dit is de snelheid van de shuttle t. o. v. de Enterprise}$$

$$* u' = \frac{1}{2} \quad \text{Dit is de snelheid van het wezen t. o. v. de shuttle}$$

$$\Rightarrow u = \frac{\frac{3}{4} + \frac{1}{2}}{1 + \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}}{1^2}} = \frac{\frac{5}{4}}{1 + \frac{3}{8}} = \frac{\frac{5}{4}}{\frac{11}{8}} = \frac{5}{4} \cdot \frac{8}{11} = \frac{10}{11}$$

Het wezen verwijdert zich dus met een snelheid van $\frac{10}{11}c$ van de Enterprise. De laserstraal beweegt met een snelheid van c ten opzichte van de Enterprise zal het wezen dus inhalen.

Opgave: Fileparkeren, maar dan anders

De beide gegeven snelheden zijn ten opzichte van het ruststelsel in het heelal.

$$\Rightarrow u = \frac{4}{5} \quad \text{en} \quad v = \frac{3}{5}$$

Stel de grootte van de snelheid van de ruimtesondes ten opzichte van het assenstelsel van het ruimteschip is A en de snelheid van ruimteschip ten opzichte van het ruststelsel in het heelal is B.

$$\Rightarrow u' = A \quad \text{en} \quad v = B$$

Het rode assenstelsel is dus het ruststelsel van het ruimteschip. In dit assenstelsel staat het ruimteschip dus stil.

Er geldt:

$$u = \frac{v + u'}{1 + \frac{u' \cdot v}{c^2}}$$

De beide vergelijking luiden nu:

$$1) \quad \frac{4}{5} = \frac{A + B}{1 + \frac{A \cdot B}{1^2}} = \frac{A + B}{1 + A \cdot B}$$

$$2) \quad \frac{3}{5} = \frac{-A + B}{1 + \frac{-A \cdot B}{1^2}} = \frac{-A + B}{1 - A \cdot B}$$

Er zijn twee onbekenden en twee onafhankelijke vergelijkingen, de rest is dus wiskunde.

De oplosmethode is gelijk aan wat je bij impulsbehoud in de vierde klas al hebt gezien.

$$\Rightarrow 1) \quad 4 \cdot (1 + A \cdot B) = 5 \cdot (A + B) \quad \text{kruislings vermenigvuldigen vergelijking 1}$$

$$2) \quad 3 \cdot (1 - A \cdot B) = 5 \cdot (-A + B) \quad \text{kruislings vermenigvuldigen vergelijking 2}$$

$$\Rightarrow 1) \quad 4 + 4 \cdot A \cdot B = 5A + 5B \quad \text{haakjes wegwerken}$$

$$2) \quad 3 - 3 \cdot A \cdot B = -5A + 5B \quad \text{haakjes wegwerken}$$

$$\Rightarrow 1) \quad A = \frac{5B - 4}{4B - 5} \quad \text{balansmethode}$$

$$2) \quad 3 - 3 \cdot \left(\frac{5B - 4}{4B - 5} \right) \cdot B = -5 \cdot \left(\frac{5B - 4}{4B - 5} \right) + 5B \quad \text{vergelijking 1 invullen}$$

$$\Rightarrow 1) \quad A = \frac{5B - 4}{4B - 5}$$

$$2) \quad 35 \cdot B^2 - 74B + 35 = 0 \quad \text{balansmethode}$$

$$\Rightarrow 1) A = \frac{5B - 4}{4B - 5}$$

$$2) B = \frac{74 \pm \sqrt{74^2 - 4 \cdot 35 \cdot 35}}{70} \quad \text{ABC - formule}$$

$$\Rightarrow 1) A = \frac{5B - 4}{4B - 5}$$

$$2) B = \frac{74 \pm 24}{70}$$

$$\Rightarrow 1) A = \frac{5B - 4}{4B - 5}$$

$$2) B = \frac{5}{7} \quad \text{of} \quad B = \frac{48}{35} > 1! \quad \text{fysisch irrelevant}$$

$$\Rightarrow 1) A = \frac{1}{5}$$

$$2) B = \frac{5}{7}$$

De beide sondes naderen het ruimteschip dus met een snelheid van $1/5$ respectievelijk $-1/5$ ten opzichte van het ruimteschip.