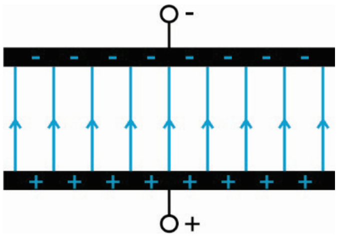
Inhoud

Condensator



Een condensator is niets anders dan een opslagplaats voor lading. De eenvoudigste uitvoering bestaat uit twee parallelle metalen platen op korte afstand van elkaar zoals weergegeven in nevenstaande afbeelding. Dit is een zogenaamde plaatcondensator. Door een spanning aan te leggen tussen beide platen zal de ene plaat positief en de andere negatief geladen worden. Tussen de beide platen ontstaat een elektrisch veld. De elektrische energie die wordt verbruikt tijdens het laden van een condensator wordt dus omgezet in elektrische energie van het veld.
Er blijkt een eenvoudig verband te bestaan tussen de hoeveelheid lading die in een condensator kan worden opgeslagen en de spanning die tussen de platen is aangelegd. Het blijkt een eenvoudig rechtevenredig verband te zijn.

$$Q = a \cdot U + 0 \qquad \text{(vergelijk met } y = a \cdot x + b\text{)}$$

Hierin is
- Q de lading op de platen in Coulomb,
- U de spanning tussen de platen in Volt en
- a het hellingsgetal.

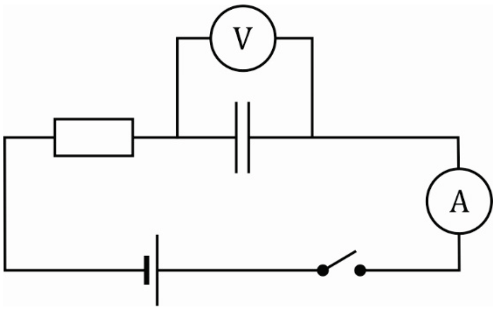
Het hellingsgetal a is constant. Dit hellingsgetal noemen we de capaciteit van de condensator C.
Er geldt dus:

$$C = \frac{Q}{U}$$

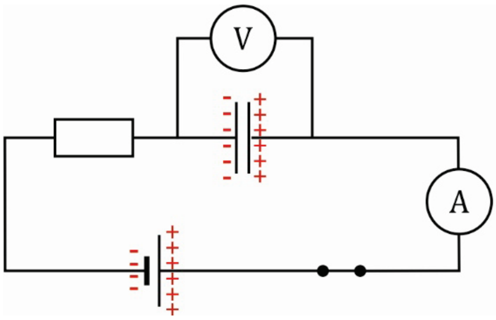
Hierin is
- C de capaciteit van de condensator in Farad,
- U de spanning over de condensator in Volt en
- Q de lading in de condensator in Coulomb.

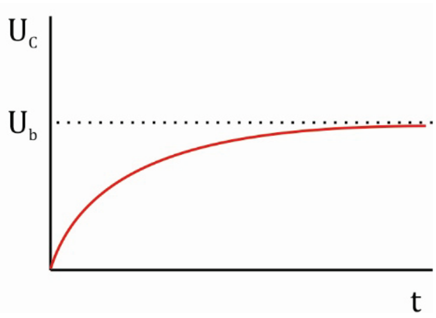
De eenheid van de capaciteit is dus C/V oftewel $\mathrm{Coulomb}$ per Volt. Deze eenheid noemen we ter ere van Michael Faraday (1791 – 1867) de Farad (F).

Het laden van een condensator



Als een spanning wordt aangelegd over de platen van een condensator loopt er gedurende het vullen van de condensator een stroom. In nevenstaande afbeelding is een schakeling weergegeven waarmee een condensator kan worden geladen.
Je ziet in onderstaande afbeelding dat naarmate de condensator voller wordt de spanning over de condensator oploopt. De spanning over de condensator is echter tegengesteld aan die van de spanningsbron. Als de condensator maximaal gevuld is bij een bepaalde spanning dan is de spanning, op het minteken na, gelijk aan de spanning van de spanningsbron, (dit volgt rechtstreeks uit de spanningswet van Kirchhoff).





De volgende vraag is nu natuurlijk:

Hoe snel gebeurt dit laden van de condensator?

Voor de wiskundig geïnteresseerden onder ons:

$$U_b = U_R + U_C$$

$$* \, U_R = I \cdot R$$

$$* \, U_C = \frac{Q}{C}$$

$$\Rightarrow U_b = I \cdot R + \frac{Q}{C}$$

Dit is niets anders dan de regel voor spanningen voor een serieschakeling!
Nu kunnen we de bovenstaande vergelijking differentiëren naar de tijd:

$$\Rightarrow \frac{dU_b}{dt} = \frac{d}{dt}\left(I \cdot R + \frac{Q}{C}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{dU_b}{dt} = \frac{d}{dt}(I \cdot R) + \frac{d}{dt}\left(\frac{Q}{C}\right) \qquad \text{termen splitsen}$$

$$\Rightarrow \frac{dU_b}{dt} = R \cdot \frac{d}{dt}(I) + \frac{1}{C} \cdot \frac{d}{dt}(Q) \qquad \text{constanten naar voren halen}$$

$$\Rightarrow \frac{dU_b}{dt} = R \cdot \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{d}{dt}(Q)$$

We weten dat

$$* \, U_b \text{ constant is in de tijd, dus } \frac{dU_b}{dt} = 0$$

$$* \, Q = \int I \, dt \qquad \Longrightarrow \qquad \frac{d}{dt}(Q) = \frac{d}{dt}\left(\int I \, dt\right) = I$$

(Q = I·t als I constant zou zijn) (aangezien differentiëren en integreren omgekeerde operaties zijn, “heffen ze elkaar op”)

Passen we dit toe, dan vinden we:

$$\Rightarrow \frac{dU_b}{dt} = R \cdot \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \cdot \frac{d}{dt}(Q)$$

$$\Rightarrow 0 = R \cdot \frac{dI}{dt} + \frac{1}{C} \cdot I$$

$$\Rightarrow \frac{dI}{dt} = -\frac{1}{RC} \cdot I$$

Bovenstaande differentiaalvergelijking kunnen we oplossen.
De vraag is niets anders dan:

Wat moeten we voor I invullen zodat als we I differentiëren naar de tijd we wederom I uitkrijgen (afgezien van een constante)?

Dit soort vergelijkingen heeft altijd een oplossing van de vorm: $\mathrm{I} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{B} \cdot \mathrm{t}}$, want e-machten hebben die eigenschap dat als je ze differentieert ze weer diezelfde e-macht opleveren afgezien van een constante.

Dus moeten we alleen nog de constanten A en B bepalen.
Vul de oplossing in in de vergelijking:

$$\frac{\mathrm{dI}}{\mathrm{dt}} = -\frac{1}{\mathrm{RC}} \cdot \mathrm{I} \qquad \Longrightarrow \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\mathrm{A} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{B} \cdot \mathrm{t}}\right) = -\frac{1}{\mathrm{RC}} \cdot \left(\mathrm{A} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{B} \cdot \mathrm{t}}\right)$$

$$\Longrightarrow \quad \mathrm{A} \cdot \mathrm{B} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{B} \cdot \mathrm{t}} = -\frac{1}{\mathrm{RC}} \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{B} \cdot \mathrm{t}}$$

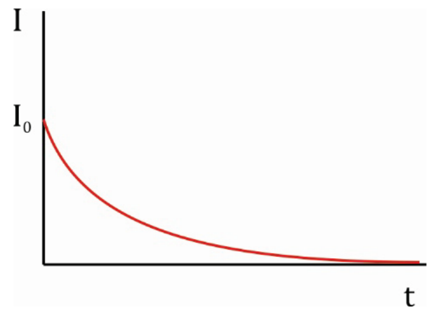
$$\Longrightarrow \quad \mathrm{B} = -\frac{1}{\mathrm{RC}}$$

(de constante A en de e-macht kun je wegstrepen)

Nu A nog.

Wat weten we van I ?

Zodra de schakelaar in de schakeling wordt gesloten verloopt de stroomsterkte als functie van de tijd zoals weergegeven in nevenstaand diagram.
I op $\mathrm{t} = 0$ s is I_0, dus vul in $\mathrm{t} = 0$.



$$\Rightarrow \mathrm{I}_0 = \mathrm{A} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{B} \cdot \mathrm{t}} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{e}^{\mathrm{B} \cdot 0} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{e}^{0} = \mathrm{A}$$

Dus A is gelijk aan I op tijdstip $\mathrm{t} = 0$ s.

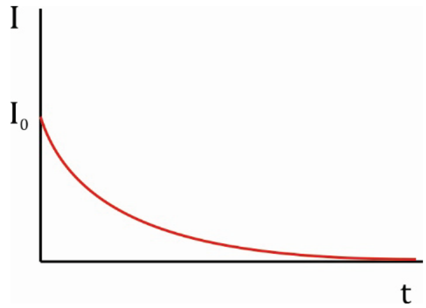
Je hoeft bovenstaande afleiding niet te kennen voor je proefwerk of examen. Wel moet je voor je proefwerken met de uiteindelijke formule voor I kunnen werken.

Voor een condensator geldt dus dat de laadstroomsterkte voldoet aan:

$$\mathrm{I} = \mathrm{I}_0 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{\mathrm{t}}{\mathrm{RC}}}$$

Voor een condensator geldt dat de laadstroomsterkte voldoet aan:

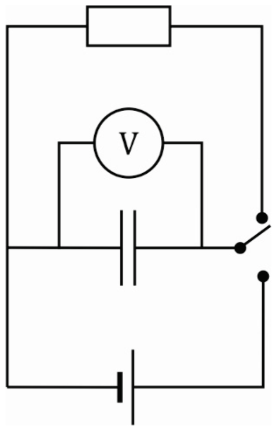
$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$



Dit verband staat weergegeven in nevenstaande afbeelding. Je ziet dat het laden steeds langzamer gaat.
Een karakteristieke tijd bij het opladen van een condensator is de zogenaamde RC-tijd.
Dat is de tijd waarin de stroomsterkte daalt tot ongeveer 37% (e^{-1}) van zijn oorspronkelijke waarde.
Ga na dat $R{\cdot}C$ de eenheid van tijd heeft!

Het ontladen van een condensator

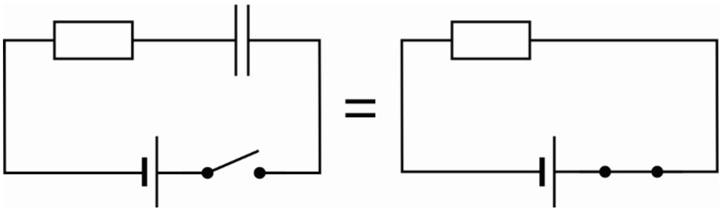
Om een condensator te ontladen kan gebruik worden gemaakt van nevenstaande schakeling.
De energie die tijdens het laden van een condensator is opgeslagen in het elektrische veld van de condensator wordt nu weer vrijgegeven. De energie wordt omgezet in elektrische energie zodat er gedurende het ontladen een stroom loopt.
Voor de ontlaadstroomsterkte geldt dezelfde formule als voor de laadstroomsterkte. De condensator doet als het ware gedurende enige tijd dienst als batterij. Echter wel met het verschil dat de bronspanning snel afneemt tot $0\ V$.



Het gedrag van een condensator in een schakeling

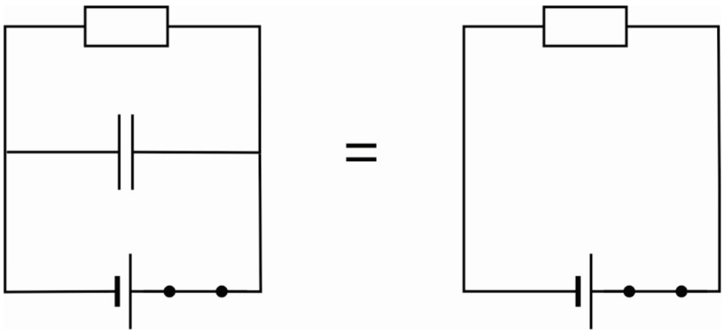
Als een condensator volledig ontladen is, kan deze worden beschouwd als een ampèremeter. Oftewel de condensator kan worden weggelaten, maar de draad blijft intact.

Vanaf het moment van sluiten van de schakelaar in de linker schakeling in nevenstaande afbeelding, begint de condensator met opladen. De linker schakeling in nevenstaande afbeelding is op dat moment equivalent met de rechter schakeling in nevenstaande afbeelding.



Als een condensator volledig opgeladen is, kan deze worden beschouwd als een voltmeter. Oftewel de condensator kan worden weggelaten inclusief de draad waarin deze is opgenomen.

Vanaf het moment waarop de condensator volledig is opgeladen, loopt er geen stroom meer door de condensator. Vanaf dat moment is de linker schakeling in nevenstaande afbeelding equivalent met rechter schakeling in nevenstaande afbeelding.



Als de condensator noch volledig ontladen, noch volledig opgeladen is, dan moet er worden gewerkt met de e-mach-formule voor I. Bedenk dat die e-macht-formule voor I gemakkelijk is om te schrijven tot een e-macht-formule voor U.

$$I = I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Vermenigvuldig bovenstaande formule links en rechts van het "="-teken met R_1.

$$\Rightarrow I \cdot R_1 = \left(I_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}\right) \cdot R_1$$

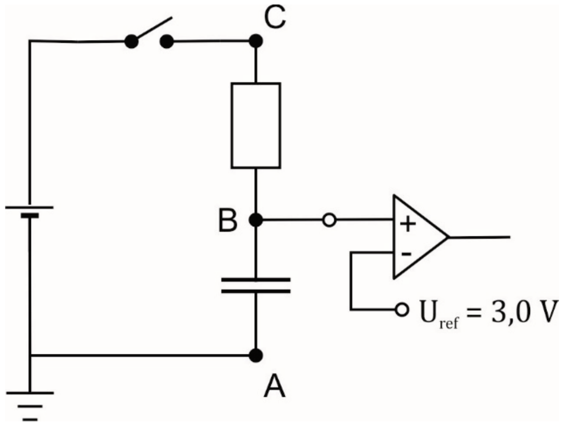
$$\Rightarrow I \cdot R_1 = I_0 \cdot R_1 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$\Rightarrow U_{R_1} = U_{R_1}(0) \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Bedenk dat de R in de e-macht niet dezelfde hoeft te zijn als R_1.
De R in de e-macht is de weerstand door welke de laadstroom of ontlaadstroom loopt.
Dit kan dus een vervangingsweerstand van meerdere weerstanden zijn.

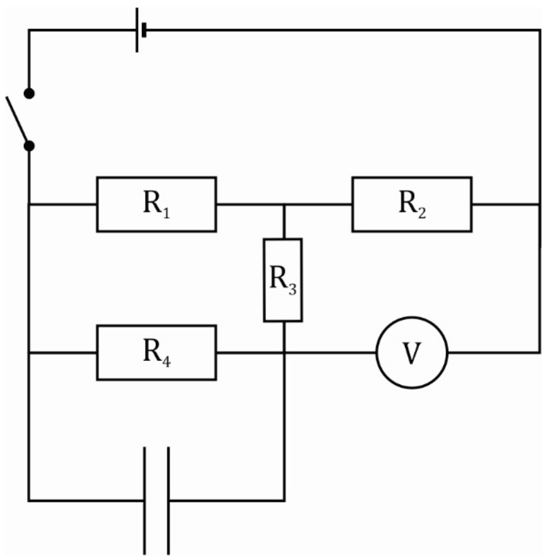
Opgaven

Opgave: Alarminstallatie



Als een medewerker van de terreinbeveiliging 's nachts een beveiligd gebouw betreedt dan heeft hij 45 seconden lang de tijd om de alarminstallatie uit te schakelen. De vertraging wordt geregeld door middel van een elektronische schakeling zoals hiernaast is weergegeven.
Er staat een weerstand van $2,0\ M\Omega$ in serie met een condensator aangesloten op een spanningsbron met een bronspanning van $5,0\ V$.
De potentiaal in punt B wordt gebruikt als ingang voor een comparator. De referentiewaarde voor de comparator is ingesteld op $3,0\ V$.
Op het tijdstip $t = 0\ s$ betreedt de persoon het gebouw en wordt de schakelaar gesloten.
Bereken de capaciteit van de condensator zodat de medewerker $45\ s$ de tijd heeft voordat de potentiaal in punt B $3,0\ V$ wordt.

Opgave: Condensator vol, leeg en alles daartussen



In nevenstaande schakeling is een condensator opgenomen. Voor de onderdelen in nevenstaande schakeling geldt:

$R_1 = 20\ \Omega$
$R_2 = 30\ \Omega$
$R_3 = 50\ \Omega$
$R_4 = 60\ \Omega$
$U_b = 12\ V$
$C = 120\ mF$

Op tijdstip $t = 0\ s$ wordt de schakelaar gesloten. De condensator is op $t = 0\ s$ volledig ontladen.

a) **Bereken** de spanning die de voltmeter aangeeft op tijdstip $t = 0\ s$.

Nadat de schakelaar enige tijd gesloten is, is de condensator volledig opgeladen.

b) **Bereken** de spanning die de voltmeter aangeeft als de condensator volledig opgeladen is.

Nadat de condensator volledig is opgeladen wordt de schakelaar geopend.

c) **Bereken** de spanning die de voltmeter aangeeft op tijdstip $t = 1,5\ s$.