

Deeltje in een eendimensionale energieput

Opgave: Water uit de ruimte

- a) De spectraallijnen ontstaan doordat elektronen van een hoog gelegen energieniveau naar een lager gelegen energieniveau vallen. Daarbij zendt het elektron een foton van een specifieke kleur, behorende bij het energieverschil tussen de twee niveaus, uit. De ligging van de energieniveaus is specifiek voor elk element. Daarmee kunnen de spectraallijnen dus worden gebruikt om de chemische samenstelling van de komeet te bepalen.

Het continu deel van het spectrum ontstaat doordat er vele overgangen plaatsvinden. Afhankelijk van de temperatuur zijn bepaalde overgangen waarschijnlijker dan andere. Voor een ideaal stralend lichaam, een zogenaamd zwart lichaam of zwarte straler, geldt dan de verschuivingswet van Wien. De golflengte waarbij de komeet het meeste vermogen uitzendt geeft dan informatie over de temperatuur van de komeet.

deel van het spectrum	chemische samenstelling van de komeet	temperatuur van de komeet	geen van beide
lijnen	X		
continu		X	

- b) $T = 10 \text{ K} \Rightarrow 1/T = 0,10 \text{ 1/K} \Rightarrow W = 10^{-90}$
 $T = 2100 \text{ K} \Rightarrow 1/T = 0,0004762 \text{ 1/K} \Rightarrow W = 1$

Daarmee is de verhouding gelijk aan:

$$\frac{\text{waarschijnlijkheid bij } 10 \text{ K}}{\text{waarschijnlijkheid bij } 2100 \text{ K}} = \frac{10^{-90}}{1}$$

Theorie 1 geeft dus geen goede beschrijving want de kans dat de reactie optreedt bij lage temperaturen is extreem klein ten opzichte van de kans dat de reactie optreedt bij hogere temperaturen.

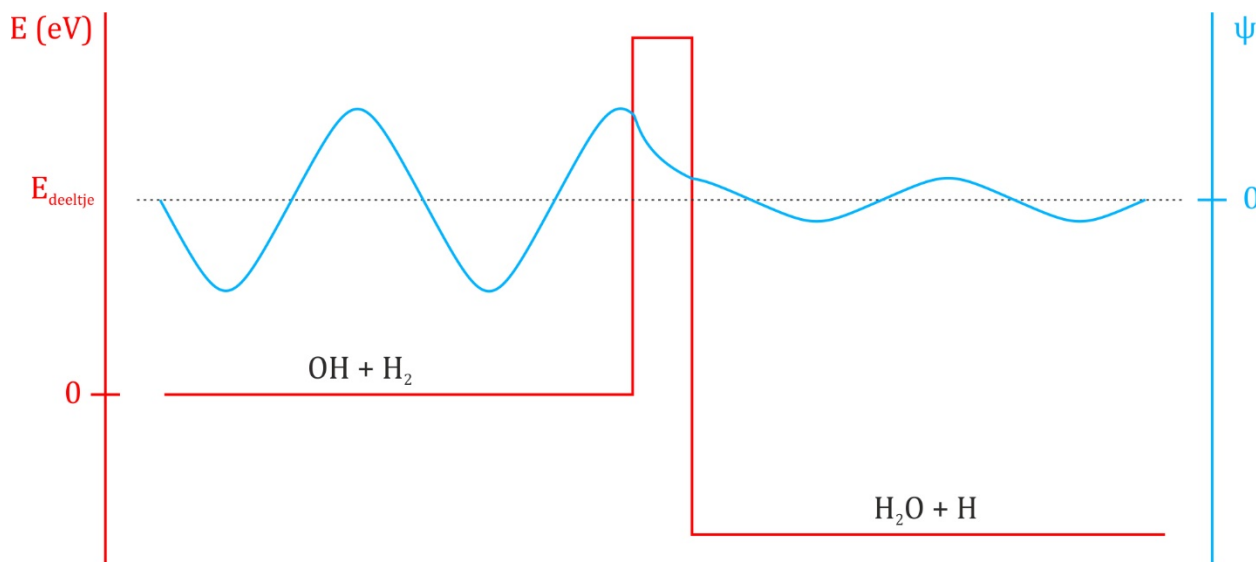
- c) Er geldt:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi \cdot m \cdot k_B \cdot T}}$$

* $h = 6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
 * $m = 1,67262 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
 * $k_B = 1,3806 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
 * $T = 10 \text{ K}$
 $\Rightarrow \lambda = 5,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$

Om een redelijke kans op tunnelen te hebben moet de golflengte in de orde van grootte van de breedte van de barrière zijn of groter. $\lambda = 5,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ is in dit geval groter dan $a = 0,10 \text{ nm} = 1,0 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ en daarmee is er dus een redelijke kans op tunnelen.

Iets formeler: De golf functie die het deeltje beschrijft voor de barrière dempt in de barrière als e-macht. Alleen als er nog iets van deze e-macht over is aan het einde van de barrière kan er tunnelen plaatsvinden. De amplitude van de golf functie aan de andere kant van de barrière is gelijk aan wat er na dempen in de barrière van de e-macht over is. De energie van het tunnelende deeltje blijft gelijk.



d) Er geldt:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi \cdot m \cdot k_B \cdot T}}$$

Deuterium heeft een grotere massa dan waterstof, dus is de golflengte van deuterium kleiner. Daarmee neemt de kans op tunnelen af.

e) Direct na het tunnelen is de energie van het tunnelende deeltje gelijk, maar het deeltje zal meteen na het tunnelen naar de grondtoestand vallen en daarbij energie afstaan. Deze energie is het deeltje na het tunnelen dus kwijt. De kans op tunnelen is daarmee in omgekeerde richting niet even groot omdat het energietekort om de barrière te overwinnen groter is geworden. Een hogere barrière geeft een kleinere kans op tunnelen. Daarmee heeft Tim dus geen gelijk.

f) Om water te vormen door middel van tunnelen moet de temperatuur van het heelal voldoende laag zijn.

In het begin (bij de oerknal) was de energie van het heelal geconcentreerd in een extreem klein volume en de temperatuur van het heelal was dienovereenkomstig hoog, wel 10^{32} K. Daarna is het heelal extreem snel zeer veel groter geworden.

Daarmee is de energie over een steeds groter volume verdeeld. Tegenwoordig is het heelal zo groot, en de energie dus zo extreem dun gespreid, dat het heelal is afgekoeld tot 2,7 K.

Het heelal is dus voldoende oud om de temperatuur te laten dalen tot waarden waar tunnelen plaats kan vinden. Daarmee heeft Ewine dus gelijk.