

Opgave: Deeltjesversnellers

- a) • Een proton is een positief geladen en wordt dus versneld in de richting van afnemende potentiaal.
 • Op het tijdstip t_1 is $V_A - V_B$ negatief, dat betekent dat de potentiaal van buis 2 kleiner is dan de potentiaal van buis 1.

Het proton wordt dus tijdens de oversteek van buis 1 naar buis 2 versneld.

b) Zie c).

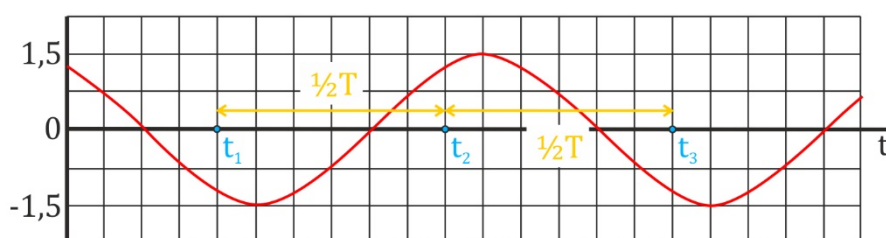
- c) Een lineaire versneller is zodanig gemaakt dat het proton zich tussen twee opeenvolgende buizen bevindt als de opvolgende buis een lagere potentiaal heeft. De opening tussen opeenvolgende buizen is meestal klein ten opzichte van de lengte van de buizen, waardoor bovenstaande uitspraak niet per se omkeerbaar is. Oftewel een proton hoeft niet *de hele* tijd dat de opvolgende buis een lagere potentiaal heeft tussen de buizen te zitten.

De frequentie van de wisselspanning heeft een constante waarde, dus moet het geheel periodiek zijn.

- Tussen buis 2 en buis 3 moet $V_A - V_B$ positief zijn en wel tegengesteld aan de waarde van $V_A - V_B$ bij t_1 .
- Tussen buis 3 en buis 4 moet $V_A - V_B$ weer negatief en wel gelijk aan de waarde van $V_A - V_B$ bij t_2 .

Dat betekent dat de tijd tussen t_1 en t_2 , evenals de tijd tussen t_2 en t_3 , gelijk moet zijn aan een halve periode van de wisselspanning. Op deze wijze wordt het proton enkel en alleen versneld en nooit vertraagd.

$V_A - V_B$ (kV)



Als het proton met een voorversneller al een behoorlijke snelheid heeft gekregen, zodat $V_A - V_B$ vrijwel constant is gedurende de tijd dat het proton zich tussen twee opeenvolgende buizen bevindt, dan zouden de tijdstippen t_1 , t_2 enz. op de maxima van bovenstaande grafiek kunnen worden gekozen. Op deze wijze zou een nog grotere versnelling kunnen worden gerealiseerd.

- d) Het proton dient zich gedurende minstens de halve periode van de wisselspanning in de buis te bevinden om te voorkomen dat het vertraagd wordt in plaats van versneld. Daar het proton van de ene naar de andere buis versneld wordt, gaat het steeds sneller door de opeenvolgende buizen. Bij gelijke tijd een grotere snelheid betekent dat het proton een grotere afstand aflegt gedurende zo'n halve periode en dus moeten de opeenvolgende buizen steeds langer zijn.
- e) Als het proton in een buis is, bevindt het zich in een geleider. In een geleider is de elektrische veldsterkte 0 N/C (de potentiaal is overal op de buis gelijk, dus geen elektrisch veld). Daarmee werkt er geen resulterende kracht op het proton en beweegt het met een constante snelheid.

f) Als het proton het vijfde buisje doorloopt is het vier keer versneld.

$$\Delta E_k = 4 \cdot q \cdot U$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = 4 \cdot q \cdot U$$

$$* m = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$* q = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$* U = 1,5 \cdot 10^3 \text{ V}$$

$$\Rightarrow v = 1,1 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

g) In de buis beweegt het proton eenparig rechtlijnig dus er geldt:

$$\ell = s = v \cdot t$$

$$* v = 1,1 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$* t = \frac{1}{2} \cdot T = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{f} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2,0 \cdot 10^6} = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ s} \quad (\text{minstens})$$

$$\Rightarrow \ell = 0,27 \text{ m}$$

h) Zowel het proton als de effectieve lading kunnen worden beschouwd als een puntlading, dus kan de wet van Coulomb worden toegepast. Er geldt:

$$1) F_r = m \cdot a = 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot a$$

$$2) F_r = F_e = f \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad (F_z \ll F_e)$$

$$* f = 8,98755 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$$

$$* q_1 = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$* q_2 = 99 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} = 1,586 \cdot 10^{-17} \text{ C}$$

$$* r = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Rightarrow F_e = 9,136 \cdot 10^{-20} \text{ N}$$

$$\Rightarrow a = 5,5 \cdot 10^7 \text{ m/s}^2$$

i) Deze beweging bestaat uit twee delen. Horizontaal voert het proton een eenparige beweging uit en verticaal een eenparig versnelde beweging. Er geldt:

Horizontaal

$$1) s = v \cdot t$$

$$2) v = \text{constant}$$

$$3) a = 0 \text{ m/s}^2$$

$$\Rightarrow 1) 5,0 = 1,5 \cdot 10^6 \cdot t$$

$$\Rightarrow t = 3,33 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

$$2) v = 1,5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

$$3) a = 0 \text{ m/s}^2$$

Verticaal

$$1) s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

$$2) v = a \cdot t$$

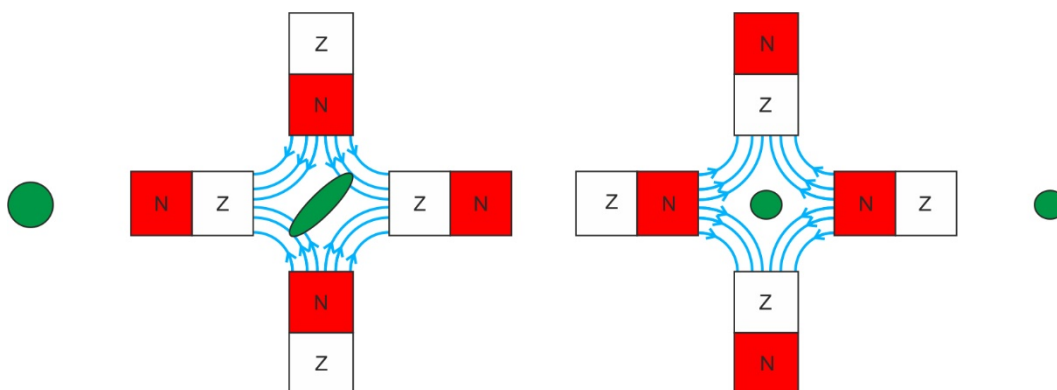
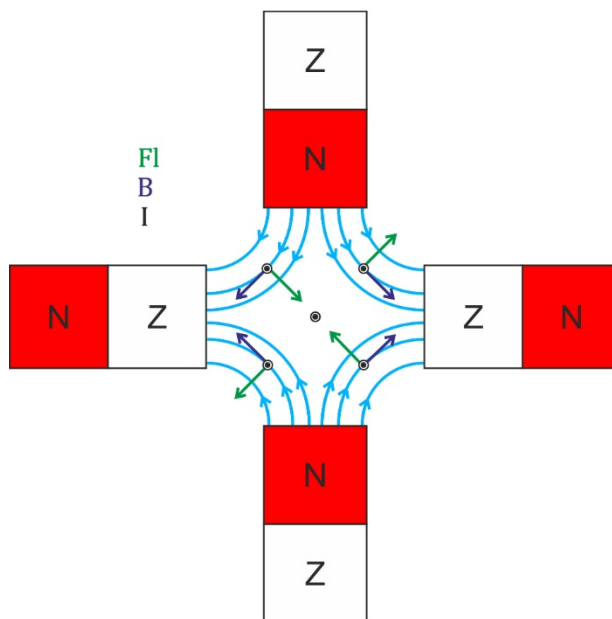
$$3) a = \text{constant}$$

$$\Rightarrow 1) s = \frac{1}{2} \cdot 5,50 \cdot 10^7 \cdot (3,33 \cdot 10^{-6})^2$$

$$\Rightarrow s = 3,056 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0,31 \text{ mm}$$

De afstand tot de middenlijn van de protonenpuls bedraagt dan $0,50 + 0,31 = 0,81 \text{ mm}$. Daarmee zou de bundel dus na $5,0 \text{ m}$ afgelegde weg ongeveer anderhalf keer zo breed zijn.

- j) In werkelijkheid neemt de afstand tot de overige protonen toe waardoor de afstotende kracht gedurende de vlucht afneemt. Bovenstaand antwoord is daarmee dus een overschatting.
- k) De richting van de lorentzkracht volgt uit de linkerhandregel. In het middelste punt werkt geen lorentzkracht omdat daar op basis van symmetrie de magnetische inductie gelijk is aan 0 T. Zie nevenstaande afbeelding.
- l) De eerste lens drukt de bundel samen in de ene richting en verbreedt de bundel in de loodrecht daarop staande richting. Omdat de magnetische inductie rechtevenredig is met de afstand tot de middenlijn van de puls zal de tweede lens het verbrede stuk met grotere kracht weer samendrukken en het smalle stuk slechts met kleine kracht weer verbreden.



Deze beide effecten samen resulteren in een netto smallere bundel.

In het filmpje onder onderstaande link is een simulatie te zien van de werking van twee achter elkaar geplaatste quadrupolen.

[Link naar filmpje](#) ¹⁾

- m) De werking van de lens is gebaseerd op de lorentzkracht. Deze is rechtevenredig met de snelheid van de deeltjes. De werking van de lens wordt krachtiger naarmate de snelheid van de bundel groter is.

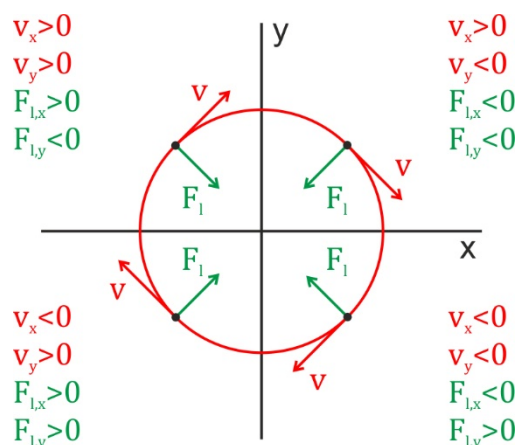
Opgave: Cyclotron

- a) De Lorentzkracht, de magnetische inductie en de relevante snelheidscomponent staan altijd loodrecht op elkaar. De resulterende kracht in de x-richting is dus gekoppeld aan de y-component van de snelheid en vice versa.

Daarnaast moet je goed opletten wat betreft het teken. Zie nevenstaande afbeelding

Een en ander resulteert in onderstaande twee redelijk eenvoudige rekenregels.

- b) In het model wordt de Lorentzkracht als



Modelvenster	
$F_{rx} = B \cdot q \cdot v_y$	$B = 0,5$
$F_{ry} = -B \cdot q \cdot v_x$	$q = 1,6 \cdot 10^{-19}$
	$m = 1,67 \cdot 10^{-27}$
$a_x = F_{rx} / m$	$x = 0$
$a_y = F_{ry} / m$	$y = 0,5$
$v_x = v_x + a_x \cdot dt$	$v_x = 1 \cdot 10^7$
$v_y = v_y + a_y \cdot dt$	$v_y = 0$
$x = x + v_x \cdot dt$	
$y = y + v_y \cdot dt$	
$t = t + dt$	$t = 0$
	$dt = 10^{-12}$

resulterende kracht gebruikt als $\text{abs}(x) > \text{spleet}$.

Dat betekent voor x-waarden van $-\text{spleet}$ tot $+\text{spleet}$, oftewel van $-0,05$ m tot $+0,05$ m.

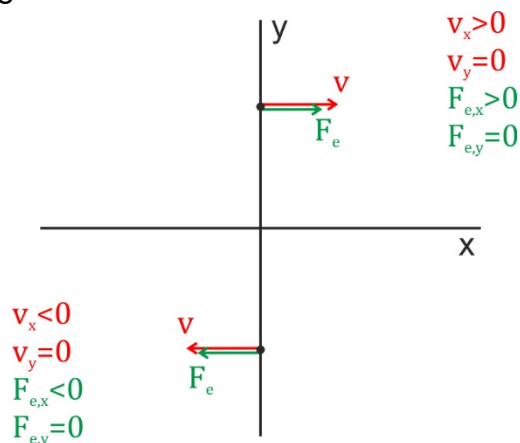
Daarmee is de spleet dus 10 cm breed.

c) Voor de resulterende kracht in de versnelspleet geldt:

$$F_r = F_e = q \cdot E = q \cdot \left(\frac{U}{2 \cdot \text{spleet}} \right)$$

Let ook hier weer op het teken van de resulterende kracht.

Een en ander resulteert in onderstaand model.



Modelvenster

```

als abs(x) > spleet dan
  Frx=B*q*vy
  Fry=-B*q*vx
anders
  als y >= 0 dan Frx=q*U/(2*spleet)
    anders Frx=-q*U/(2*spleet) eindals
  Fry=0
  vy=0
eindals

ax=Frx/m
ay=Fry/m

v=sqrt(vx^2+vy^2)

vx=vx+ax*dt
vy=vy+ay*dt
x=x+vx*dt
y=y+vy*dt
t=t+dt
          
```

```

B=0,5
U=30000
q=1,6*10^(-19)
m=1,67*10^(-27)

spleet=0,05

x=0 'Protonenbron in oorsprong
y=0

vx=0 'Beginsnelheid is verwaarloosbaar
vy=0

t=0
dt=10^-11
          
```

- d) Bij een vaste frequentie voor de blokspanning zou niet alleen de tijd die het proton over de cirkelbaan doet constant moeten zijn, maar ook de tijd die het proton erover doet om de versnelspleet te overbruggen. Dit laatste is niet het geval. De tijd die het proton nodig heeft om de verspleet te overbruggen is niet constant. De versnelspleet is in de praktijk dan ook veel smaller zodat de tijd die het proton nodig heeft om de versnelspleet te overbruggen verwaarloosbaar klein is ten opzichte van de trillingstijd van de blokspanning.
- e) Je kunt de spleet niet willekeurig klein maken omdat er altijd een zekere doorslagspanning is waarbij er ontlading van de beide trommelhelften optreedt. In ultrahoogvacuümopstelling is deze ongeveer 1,5 kV/mm.

- f) Bij hoge snelheden neemt de relativistische massa toe waardoor de tijd die het proton nodig heeft voor een halve cirkelbaan groter wordt. De frequentie voor de blokspanning zou dan dus bij toenemende snelheid kleiner moeten worden om dit effect te compenseren.
- g) Voor de relativistische kinetische energie geldt:

$$E_k = (\gamma - 1) \cdot m_0 \cdot c^2$$

$$* E_k = 40,0 \text{ MeV} = 6,41 \cdot 10^{-12} \text{ J}$$

$$* m_0 = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$* c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

$$\Rightarrow \gamma = 1,04$$