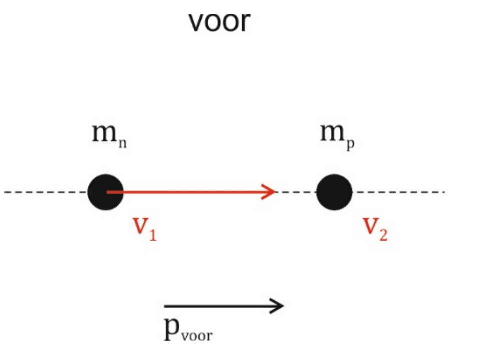
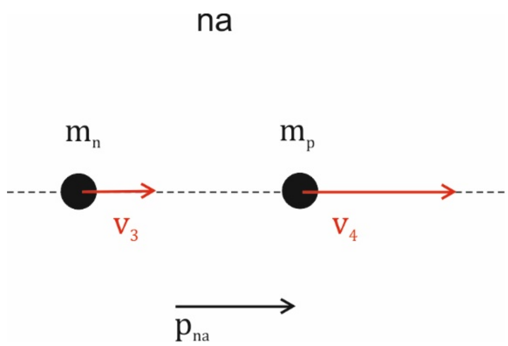
Kernreactoren

Opgave: Moderatorkeuze in een kernsplijtingscentrale

a) Er is geen relevante externe resulterende kracht. Dat betekent dat er geen relevante stoot wordt uitgeoefend en de impuls van het systeem dus behouden is.
De impuls van het systeem bestaat uit de vectorsom van de impuls van het neutron en het proton.

$p_{voor} = p_{na}$





$p_{voor} = p_{n,voor} + p_{p,voor}$

$\quad * \; p_{n,voor} = m_n \cdot v_1$

$\qquad * \; m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

$\qquad * \; v_1 \colon E_k = \frac{1}{2} \cdot m_n \cdot v^2$

$\qquad\qquad * \; E_k = 2{,}0\ \mathrm{MeV} = 3{,}2044 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{J}$

$\qquad\qquad * \; m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

$\qquad\quad \Rightarrow v_1 = 1{,}9561 \cdot 10^{7}\ \mathrm{m/s}$

$\quad \Rightarrow p_{n,voor} = 3{,}2763 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{kg\ m/s}$

$\quad * \; p_{p,voor} = m_p \cdot v_2 \approx 0\ \mathrm{kg\ m/s}$

$\Rightarrow p_{voor} = 3{,}2763 \cdot 10^{-20}\ \mathrm{kg\ m/s}$

$p_{na} = p_{n,na} + p_{p,na}$

$\quad * \; p_{n,na} = m_n \cdot v_3$

$\qquad * \; m_n = 1{,}6749 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

$\quad \Rightarrow p_{n,na} = 1{,}6749 \cdot 10^{-27} \cdot v_3$

$\quad * \; p_{p,na} = m_p \cdot v_4$

$\qquad * \; m_p = 1{,}6726 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$

$\quad \Rightarrow p_{p,na} = 1{,}6726 \cdot 10^{-27} \cdot v_4$

$\Rightarrow p_{na} = 1{,}6749 \cdot 10^{-27} \cdot v_3 + 1{,}6726 \cdot 10^{-27} \cdot v_4$

Invullen

$p_{voor} = p_{na}$

$\Rightarrow 3{,}2763 \cdot 10^{-20} = 1{,}6749 \cdot 10^{-27} \cdot v_3 + 1{,}6726 \cdot 10^{-27} \cdot v_4$

$\Rightarrow v_4 = 1{,}9588 \cdot 10^{7} - 1{,}0014 \cdot v_3$ vergelijking 1

Je hebt twee onbekenden en slechts één vergelijking. Je hebt dus nog een tweede vergelijking nodig. De botsing is elastisch, oftewel zonder verlies van kinetische energie. De tweede vergelijking vind je dus door te kijken naar energiebehoud.

$E_{k,voor} = E_{k,na}$

$* \ E_{k,voor} = E_{k,n} + E_{k,p} = 3{,}2044 \cdot 10^{-13} + 0 = 3{,}2044 \cdot 10^{-13}\ J$

$* \ E_{k,na} = ½ \cdot m_1 \cdot v_3^2 + ½ \cdot m_2 \cdot v_4^2 = ½ \cdot 1{,}6749 \cdot 10^{-27} \cdot v_3^2 + ½ \cdot 1{,}6726 \cdot 10^{-27} \cdot v_4^2$

$\Rightarrow E_{k,na} = 8{,}3745 \cdot 10^{-28} \cdot v_3^2 + 8{,}363 \cdot 10^{-28} \cdot v_4^2$

$\Rightarrow 3{,}2044 \cdot 10^{-13} = 8{,}3745 \cdot 10^{-28} \cdot v_3^2 + 8{,}363 \cdot 10^{-28} \cdot v_4^2$ vergelijking 2

Nu je op basis van impulsbehoud en energiebehoud twee vergelijkingen hebt afgeleid:

1) $v_4 = 1{,}9588 \cdot 10^7 - 1{,}0014 \cdot v_3$
2) $3{,}2044 \cdot 10^{-13} = 8{,}3745 \cdot 10^{-28} \cdot v_3^2 + 8{,}363 \cdot 10^{-28} \cdot v_4^2$

is de rest een kwestie van wiskunde.

1) $v_4 = 1{,}9588 \cdot 10^7 - 1{,}0014 \cdot v_3$
2) $3{,}2044 \cdot 10^{-13} = 8{,}3745 \cdot 10^{-28} \cdot v_3^2 + 8{,}363 \cdot 10^{-28} \cdot (1{,}9588 \cdot 10^7 - 1{,}0014 \cdot v_3)^2$

1) $v_4 = 1{,}9588 \cdot 10^7 - 1{,}0014 \cdot v_3$
2) $3{,}2044 \cdot 10^{-13} = 8{,}3745 \cdot 10^{-28} \cdot v_3^2 + 3{,}2088 \cdot 10^{-13} - 3{,}2809 \cdot 10^{-20} \cdot v_3 + 8{,}386 \cdot 10^{-28} \cdot v_3^2$

1) $v_4 = 1{,}9588 \cdot 10^7 - 1{,}0014 \cdot v_3$
2) $0 = 1{,}676 \cdot 10^{-27} \cdot {v_3}^2 - 3{,}2809 \cdot 10^{-20} \cdot v_3 - 4{,}400 \cdot 10^{-16}$

1) $v_4 = 1{,}9588 \cdot 10^7 - 1{,}0014 \cdot v_3$
2) $v_3 = \frac{3{,}2809 \cdot 10^{-20} \pm \sqrt{(3{,}2809 \cdot 10^{-20})^2 + 4{,}0 \cdot 1{,}676 \cdot 10^{-27} \cdot 4{,}400 \cdot 10^{-16}}}{3{,}3520 \cdot 10^{-27}} = 9{,}78 \cdot 10^6 \pm 9{,}78 \cdot 10^6$

Dus twee mogelijkheden:

$v_3 = 1{,}96 \cdot 10^7\ m/s$ en $v_4 = 0\ m/s$ of $v_3 = 0\ m/s$ en $v_4 = 1{,}96 \cdot 10^7\ m/s$

Mogelijkheid 1 is simpelweg de beginsituatie, dus het antwoord is mogelijkheid 2.

b) Zoals in de tekst staat te lezen is boor een neutronen absorberend materiaal. Daarmee is boor dus ongeschikt als moderator, want een moderator moet van de snelle neutronen zogenaamde thermische neutronen maken. Het is de taak van de regelstaven om het aantal neutronen te reguleren. Dit zijn in een reactor twee gescheiden taken.

c) Een neutron met zijn kinetische energie verminderen van 2,0 MeV naar 0,025 eV. Voor de kinetische energie als functie van het aantal botsingen geldt:

$(E_k)_n = (E_k)_0 \cdot 0{,}72^n$
$\Rightarrow 0{,}025 = 2{,}0 \cdot 10^6 \cdot 0{,}72^n$
$\Rightarrow n = 55{,}40$

Er zijn dus 56 botsingen nodig.

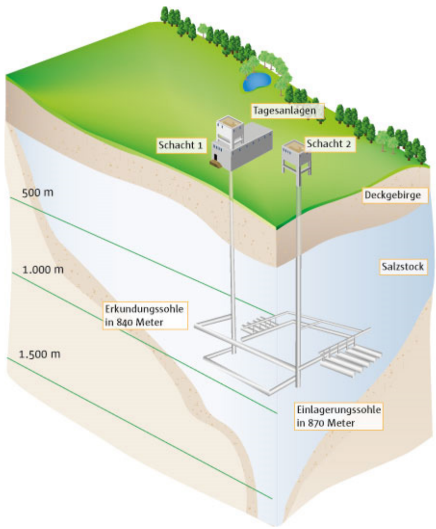
d) In eerste instantie zijn de neutronen zeer veel sneller dan de atomen waar ze tegen aan botsen, na een paar botsingen echter niet meer en is de snelheid van de kernen niet meer verwaarloosbaar ten opzichte van die van de neutronen.

Opgave: Kernafval van kernsplijtingscentrales

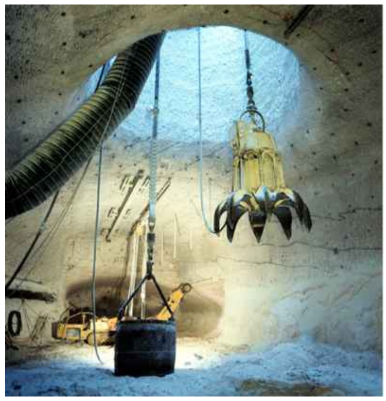
a) De activiteit is het aantal kernen dat per seconde vervalt. De activiteit is dus te berekenen met onderstaande formule:

$$P = A \cdot E_{\text{per vervalgebeurtenis}}$$
$$\quad * P: \quad E = P \cdot t$$
$$\qquad * E = 1{,}44 \cdot 10^{6}\ \text{J}$$
$$\qquad * t = 1\ \text{min} = 60\ \text{s}$$
$$\quad \Rightarrow P = 24 \cdot 10^{3}\ \text{W}$$
$$\quad * E_{\text{per vervalgebeurtenis}} = 3{,}6 \cdot 10^{-13}\ \text{J}$$
$$\Rightarrow A = 6{,}7 \cdot 10^{16}\ \text{Bq}$$

b) Voor het debiet door een buis met oppervlakte A geldt:



$$\text{debiet} = A \cdot v = (¼ \cdot \pi \cdot d^{2}) \cdot v \qquad \left(\frac{m^{3}}{s} = m^{2} \cdot \frac{m}{s}\right)$$
$$\quad * v = 5{,}0\ \text{m/s}$$
$$\quad * \text{debiet} = \frac{V}{t}$$
$$\qquad * t = 1{,}0\ \text{s}$$
$$\qquad * V: \quad Q_{\text{opwarmen}} = Q_{\text{toevoer}}$$
$$\qquad\quad * Q_{\text{opwarmen}} = Q_{\text{lucht}} = m \cdot \Delta T \cdot c$$
$$\qquad\qquad * m = \rho \cdot V$$
$$\qquad\qquad\quad * \rho = 1{,}293\ \text{kg/m}^{3}$$
$$\qquad\qquad \Rightarrow m = 1{,}293 \cdot V$$
$$\qquad\qquad * \Delta T = 15\ °\text{C}$$
$$\qquad\qquad * c = 1{,}00 \cdot 10^{3}\ \text{J/kg°C}$$
$$\qquad\quad \Rightarrow Q_{\text{opwarmen}} = 1{,}94 \cdot 10^{4} \cdot V$$
$$\qquad\quad * Q_{\text{toevoer}} = 200 \cdot P \cdot t$$
$$\qquad\qquad * P = 24 \cdot 10^{3}\ \text{W} \ \ (\text{zie a})$$
$$\qquad\qquad * t = 1\ \text{s}$$
$$\qquad\quad \Rightarrow Q_{\text{toevoer}} = 4{,}8 \cdot 10^{6}\ \text{J}$$
$$\qquad \Rightarrow 1{,}94 \cdot 10^{4} \cdot V = 4{,}8 \cdot 10^{6}$$
$$\qquad \Rightarrow V = 247{,}49\ \text{m}^{3}$$
$$\quad \Rightarrow \text{debiet} = 247{,}49\ \text{m}^{3}/\text{s}$$
$$\quad \Rightarrow d = 7{,}9\ \text{m}$$



In bovenstaande afbeelding kun je de lay-out van het Gorlebencomplex zien. De tweede afbeelding is een afbeelding uit de tijd van de constructie van Gorleben. Dit is één van beide schachten. De ondergrondse opslag bevindt zich op een diepte van bijna $900\ \text{m}$ in een ondergrondse zoutlaag.

c) Zowel α- als β-straling hebben een te klein doordringend vermogen om de wand te doordringen. Alleen γ-straling heeft een voldoende groot doordringend om de wand van het vat te doordringen en buiten het vat voor stralingsbelasting te zorgen.

d) Het warmtevermogen van een castorvat wordt door verschillende isotopen, waarvan elk isotoop zijn eigen halveringstijd heeft, geproduceerd.
De kortlevende isotopen vervallen dus relatief snel waarna het warmtevermogen alleen wordt geproduceerd door de langlevende isotopen. Je ziet dat de grafiek de $4\ \mathrm{kW}$-lijn nadert. Blijkbaar is dat het vermogen dat wordt geproduceerd door de langlevende isotopen met een halveringstijd van duizenden jaren. Dat vermogen zou op de tijdschaal van de grafiek dus zo goed als constant moeten zijn.

Voor de geïnteresseerden: De effectieve halveringstijd

Bij bovenstaande is één kanttekening te maken.

Niet alle isotopen zijn met gelijke startactiviteit aanwezig, anders zou er nog steeds een halveringstijd zijn.

$$\mathrm{A} = \mathrm{A}_1 + \mathrm{A}_2 + \mathrm{A}_3 + \ldots$$

$$\Rightarrow \mathrm{A} = (\mathrm{A}_1)_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_1} + (\mathrm{A}_2)_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_2} + (\mathrm{A}_3)_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_3} + \ldots$$

Als $\mathrm{A}_0 = (\mathrm{A}_1)_0 = (\mathrm{A}_2)_0 = (\mathrm{A}_3)_0 = \ldots$, dan kan A_0 buiten haakjes worden gehaald

$$\Rightarrow \mathrm{A} = \mathrm{A}_0 \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_1} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_2} + \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_3} + \ldots\right)$$

$$\Rightarrow \mathrm{A} = \mathrm{A}_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_1 + \mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_2 + \mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_3 + \ldots}$$

$$\Rightarrow \mathrm{A} = \mathrm{A}_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}\cdot\left(1/(\mathrm{t}_{½})_1 + 1/(\mathrm{t}_{½})_2 + 1/(\mathrm{t}_{½})_3 + \ldots\right)}$$

$$\Rightarrow \mathrm{A} = \mathrm{A}_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}\cdot\left(1/(\mathrm{t}_{½})_{\mathrm{effectief}}\right)} \quad \text{met} \quad \frac{1}{(\mathrm{t}_{½})_{\mathrm{effectief}}} = \frac{1}{(\mathrm{t}_{½})_1} + \frac{1}{(\mathrm{t}_{½})_2} + \frac{1}{(\mathrm{t}_{½})_3} + \ldots$$

$$\Rightarrow \mathrm{A} = \mathrm{A}_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_{\mathrm{effectief}}}$$

Deze effectieve halveringstijd is dus een soort van vervangingshalveringstijd, net als een vervangingsweerstand.

Iets soortgelijks doet zich voor als iemand een radioactieve stof heeft krijgen toegediend ten behoeve van een medisch onderzoek. Deze stof zal deels uit het lichaam verdwijnen ten gevolge van radioactief verval en deels door biologische processen worden afgevoerd via transpiratie, respiratie en ontlasting. Bij het radioactief verval hoort de fysische halveringstijd en bij de biologische afvoer hoort de biologische halveringstijd. De biologische halveringstijd is overeenkomstig gedefinieerd als de tijd die het lichaam nodig heeft om de helft van een stof uit het lichaam te verwijderen.
Nu is er dus wel een effectieve halveringstijd te definiëren.

$$\mathrm{A} = \mathrm{A}_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_{\mathrm{fysisch}}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}/\mathrm{biologisch}} = \mathrm{A}_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\mathrm{t}/(\mathrm{t}_{½})_{\mathrm{effectief}}}$$

$$\text{met} \quad \frac{1}{(\mathrm{t}_{½})_{\mathrm{effectief}}} = \frac{1}{(\mathrm{t}_{½})_{\mathrm{fysisch}}} + \frac{1}{(\mathrm{t}_{½})_{\mathrm{biologisch}}}$$

e) De hoeveelheid warmte die een castorvat produceert komt overeen met het oppervlak onder de grafiek.

$* \text{ aantal hokjes} = 21{,}5$

$* \text{ warmte per hokje} = 4 \cdot 10^3 \cdot (5 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600) = 6{,}307 \cdot 10^{11} \text{ J}$

$\Rightarrow \text{totaal geproduceerde warmte} = 1{,}4 \cdot 10^{13} \text{ J}$

f) De effectieve lichaamsdosis is een naar stralingsgevoeligheid gewogen equivalente dosis. Er geldt:

$$E = \sum_{\text{weefsels}} w_t \cdot H_t$$

Hierbij geldt H_t de equivalente dosis is van het weefsel t met weegfactor w_t.
Voor de weegfactoren geldt:

$$E = \sum_{\text{weefsels}} w_t \cdot H_t = H_t \cdot \sum_{\text{weefsels}} w_t = H_t \cdot 1 = H_t$$

Alle weegfactoren samen vertegenwoordigen een volledig menselijk lichaam, vandaar dat de optelsom gelijk aan één moet zijn.

g) Homogene bestraling dus:

$$E = H = 1{,}5 \cdot 10^{-5} \cdot 600 = 9{,}0 \text{ mSv}$$

De stralingslimiet voor beroepshalve blootgestelde werknemers bedraagt 20 mSv per jaar. Daarmee wordt de limiet dus niet overschreden.