Opgaven ideale gaswet

Opgave: Vat A en vat B

a) Er is een drukverschil boven en onder de zuiger. Zou de zuiger niet zijn vastgezet dan zou de zuiger zolang omhoog bewegen totdat de druk in het vat gelijk is aan de druk van de buitenlucht. Aangezien er een drukverschil blijft moet de zuiger dus zijn vastgezet.

b) Druk en temperatuur in de beide vaten is gelijk. Dat betekent dat de lucht zich verdeelt in verhouding van de volumes van de vaten.

$$\Rightarrow \mathrm{m} = \frac{\mathrm{V_B}}{\mathrm{V_A} + \mathrm{V_B}} \cdot \mathrm{m_{totaal}} = \frac{40}{60 + 40} \cdot 150 = 60\ \mathrm{g}$$

c) Voor vat A geldt: $\mathrm{p} \cdot \mathrm{V} = \mathrm{n} \cdot \mathrm{R} \cdot \mathrm{T}$

$$* \text{ n en T zijn constant}$$
$$\Rightarrow \mathrm{p} \cdot \mathrm{V} = \text{constant}$$
$$\Rightarrow \mathrm{p_{A_1}} \cdot \mathrm{V_{A_1}} = \mathrm{p_{A_2}} \cdot \mathrm{V_{A_2}}$$
$$\Rightarrow 1{,}25 \cdot 60 = 1{,}00 \cdot \mathrm{V_{A_2}}$$
$$\Rightarrow \mathrm{V_{A_2}} = 75\ \mathrm{dm^3}$$

d) Voor vat B geldt: $\mathrm{p} \cdot \mathrm{V} = \mathrm{n} \cdot \mathrm{R} \cdot \mathrm{T}$

$$* \text{ V en T zijn constant}$$
$$\Rightarrow \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{n}} = \text{constant}$$
$$\Rightarrow \frac{\mathrm{p}}{\mathrm{m}} = \frac{\text{constant}}{\mathrm{M}} = \text{nog steeds constant}$$
$$\text{want } \mathrm{m} = \mathrm{n} \cdot \mathrm{M} \ \ \text{(met M gelijk aan de molaire massa)}$$
$$\Rightarrow \frac{\mathrm{p_{B_1}}}{\mathrm{m_{B_1}}} = \frac{\mathrm{p_{B_2}}}{\mathrm{m_{B_2}}}$$
$$\Rightarrow \frac{1{,}25}{150 - 90} = \frac{1{,}00}{\mathrm{m_{B_2}}}$$
$$\Rightarrow \mathrm{m_{B_2}} = 48\ \mathrm{g}$$
$$\Rightarrow \Delta\mathrm{m} = \mathrm{m_{B_1}} - \mathrm{m_{B_2}} = 60 - 48 = 12\ \mathrm{g}$$

e) Voor vat A geldt: $\mathrm{p} \cdot \mathrm{V} = \mathrm{n} \cdot \mathrm{R} \cdot \mathrm{T}$

$$* \text{ p en T zijn constant}$$
$$\Rightarrow \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{n}} = \text{constant}$$
$$\Rightarrow \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} = \frac{\text{constant}}{\mathrm{M}} = \text{nog steeds constant}$$
$$\text{want } \mathrm{m} = \mathrm{n} \cdot \mathrm{M} \ \ \text{(met M gelijk aan de molaire massa)}$$
$$\Rightarrow \frac{\mathrm{V_{A_1}}}{\mathrm{m_{A_1}}} = \frac{\mathrm{V_{A_2}}}{\mathrm{m_{A_2}}}$$
$$\Rightarrow \frac{75}{90} = \frac{\mathrm{V_{A_2}}}{90 + 12}$$
$$\Rightarrow \mathrm{V_{A_2}} = 85\ \mathrm{dm^3}$$

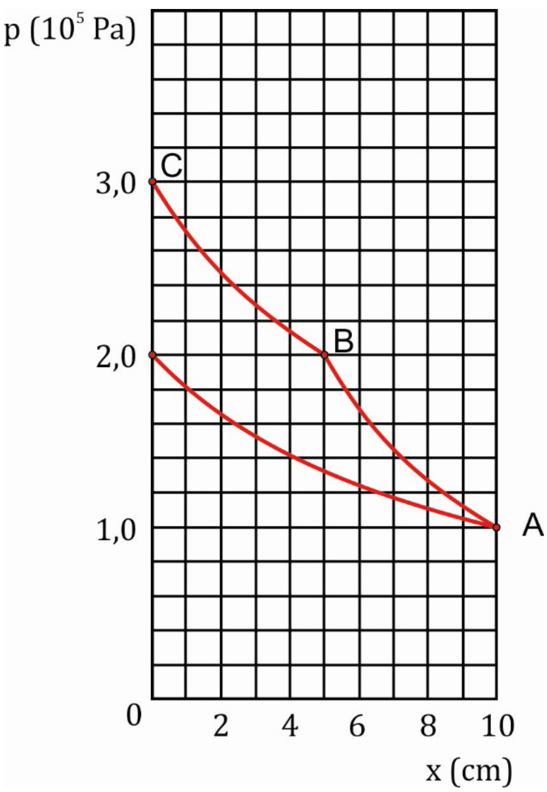
Opgave: Waterraket

a) De druk in de raket aan het einde van de eerste pompslag was $2{,}0\ \mathrm{bar}$ (zie grafiek). Dat betekent dat de druk in de pomp meer dan $2{,}0\ \mathrm{bar}$ moet zijn om klep K_1 te openen.
De pomp zuigt lucht aan met een druk van $1{,}0\ \mathrm{bar}$. De druk moet dus worden verdubbeld. Daar de temperatuur en de hoeveelheid lucht in de pomp constant blijven totdat klep K_1 open gaat moet het volume dus worden gehalveerd.

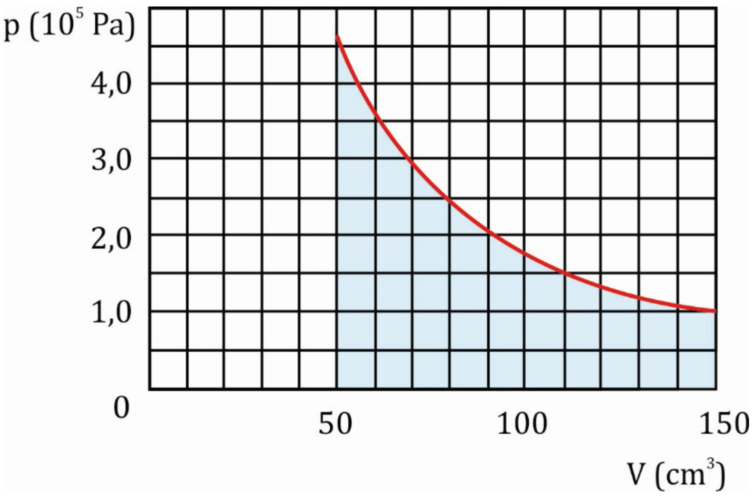
$$V = A \cdot x$$
$$* \text{ V moet halveren}$$
$$* A = \text{ constant}$$
$$* x_{max} = 10\ \mathrm{cm}$$
$$\Rightarrow x = 5{,}0\ \mathrm{cm}$$

b) De raket is reeds gevuld met $50\ \mathrm{cm}^3$ lucht en wel bij een druk van $1{,}0\ \mathrm{bar}$. Dit kun je zien aan de grafiek van de eerste pompslag, want deze start bij $1{,}0\ \mathrm{bar}$ en gaat vloeiend (zonder “knik”) tot $2{,}0\ \mathrm{bar}$.
Iedere pompslag voegt hier $50\ \mathrm{cm}^3$ aan toe. Elke pompslag voegt dus een gelijk aantal mol lucht aan de raket toe.
Voor de raket geldt: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$
$$* \text{ V en T zijn constant}$$
$$\Rightarrow \frac{p}{n} = \text{constant}$$
Dat betekent dat aan het einde van de tweede pompslag drie keer de oorspronkelijke hoeveelheid lucht in de raket zit. De druk is dan dus $3{,}0\ \mathrm{bar}$.

c) De druk in de punten A, B en C in nevenstaand diagram zijn bekend uit de onderdelen a) en b).
Let echter weer op de vorm van de lijn.
Voor de overgang van A naar B (compressie van de lucht in de pomp tot het punt waar klep K_1 open gaat) geldt:
$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$
$$* \text{ n en T zijn constant}$$
$$\Rightarrow p \cdot V = \text{constant}$$
Voor de overgang van B naar C (compressie van de totale hoeveelheid lucht in de pomp + de raket) geldt:
$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$
$$* \text{ n en T zijn constant}$$
$$\Rightarrow p \cdot V = \text{constant}$$
Beide lijnen zijn dus hyperbolen. Maar het zijn niet delfde hyperbolen! De ene is gebaseerd op n voor de lucht in de pomp en de andere is gebaseerd op de n van de totale hoeveelheid lucht in de pomp + de raket.



d) Er staat bepaal, dus even kijken naar de eenheden om te zien wat oppervlakte en steilheid voorstellen. Zet eerst even cm^3 om in m^3.



$$\text{Steilheid} = \frac{\text{Pa}}{\text{m}^3} = \frac{\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\text{m}^3} = \frac{\text{N}}{\text{m}^5}$$

Deze eenheid stelt niets voor.

$$\begin{aligned}\text{Oppervlakte} &= \text{Pa} \cdot \text{m}^3 \\ &= \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{m}^3 \\ &= \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}\end{aligned}$$

Deze eenheid is de eenheid van energie. Daarmee ligt het voor de hand dat de oppervlakte onder een (p,V)-diagram overeenkomt met arbeid.
Een andere manier om hierachter te komen is als volgt:

$$p \cdot V = \frac{F}{A} \cdot (A \cdot \Delta x) = F \cdot \Delta x = F \cdot s = W$$

Daar F niet constant is geldt hier hetzelfde als in de vierde klas toen we deze formule bij energiebehoud voor het eerst hebben behandeld. Als F niet constant dan vind je W door de oppervlakte onder een (F,s)-diagram te nemen. Nu weet je dus dat dat in principe hetzelfde is als het oppervlak onder een (p,V)-diagram.

De arbeid komt overeen met het oppervlak onder de grafiek.

$* \text{ aantal hokjes} = 41$

$* \text{ arbeid per hokje} = 0{,}5 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 0{,}5 \text{ J}$

$\Rightarrow W = 21 \text{ J}$

e) Op het hoogste punt heeft de raket alleen nog zwaarte-energie, dus

$\Rightarrow W = \Delta E_z = m \cdot g \cdot h = 52 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}81 \cdot 6{,}5 = 3{,}3 \text{ J}$