

Inhoud

Formules uitrekenen	2
Balansmethode	2
Categorie “eenvoudig”	3
Categorie “moeilijker”	4
Categorie “moeilijkst”	5
Uitgebreidere formules	8
Balansmethode en abc-formule.....	8
Stelsels van vergelijkingen	12

Rekenvaardigheden voor het vak natuurkunde

Formules uitrekenen

Bij veel opgaven zul je formules moeten uitrekenen. Veel formules bij het vak natuurkunde zijn van de vorm $y = a \cdot x$. De aangewezen methode voor het oplossen van dit soort formules is de balansmethode.

Balansmethode

De balansmethode, zoals je die bij wiskunde hebt geleerd, zul je bij opgaven voor het vak natuurkunde veelvuldig moeten toepassen. Het grote verschil ten opzichte van de opgaven bij het vak wiskunde zal zijn dat de getallen bij natuurkunde meestal geen mooie gehele getallen zijn.

In onderstaande tabel staat een overzicht van vrijwel alle formules die je in de bovenbouw zult tegenkomen. Afgezien van de betekenis van de letters zijn er drie categorieën te onderscheiden.

eenvoudig	moeilijker	moeilijkst
$m = \rho \cdot V$	$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$	$R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$
$s = v \cdot t$	$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$	$\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
$v = a \cdot t$	$E = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$	$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$
$F = m \cdot a$	$P = I^2 \cdot R$	$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{C}}$
$P = U \cdot I$	$P = \frac{U^2}{R}$	$N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$
$E = P \cdot t$	$A = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2$	$A = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$
$U = I \cdot R$	$V = \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot d^2 \cdot \ell$	$I = I_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{d/d_{1/2}}$
$F = C \cdot u$	$F_w = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot A \cdot v^2$	$I = I_0 \cdot e^{-t/R \cdot C}$
$E = h \cdot f$	$F = \frac{m \cdot v^2}{r}$	
$\lambda = v \cdot T$	$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	
$V = \ell \cdot b \cdot h$	$F = f \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$	
$E = m \cdot g \cdot h$		
$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$		

Als je eerst nog eens wilt kijken hoe dat ook al weer bij wiskunde is behandeld kijk dan eens bij een van nevenstaande link: [Link naar site](#) ¹⁾.

Een serie sommetjes (+antwoorden) op de wiskundemanier:

[Link naar site](#) ²⁾ en [link naar bestand](#) ³⁾.

Categorie "eenvoudig"

In deze categorie van formules zijn vrijwel alle formules van het type $y = a \cdot x$.

Er zijn dan drie soorten van rekenvragen mogelijk namelijk:

- gegeven a en x, gevraagd y
- gegeven x en y, gevraagd a
- gegeven y en a, gevraagd x

<u>Voorbeeld 1a</u>	<u>Voorbeeld 1b</u>	<u>Voorbeeld 1c</u>
$m = \rho \cdot V$ * $\rho = 2,1 \text{ g/cm}^3$ * $V = 7,2 \text{ cm}^3$	$m = \rho \cdot V$ * $V = 21,3 \text{ cm}^3$ * $m = 54,9 \text{ g}$	$m = \rho \cdot V$ * $m = 45,6 \text{ g}$ * $\rho = 2,66 \text{ g/cm}^3$
Bereken m.	Bereken ρ.	Bereken V.
$\Rightarrow m = 2,1 \cdot 7,2$ $\Rightarrow m = 15 \text{ g}$	$\Rightarrow 54,9 = \rho \cdot 21,3$ $\Rightarrow \frac{54,9}{21,3} = \rho$ $\Rightarrow \rho = 2,58 \text{ g/cm}^3$	$\Rightarrow 45,6 = 2,66 \cdot V$ $\Rightarrow \frac{45,6}{2,66} = V$ $\Rightarrow V = 17,1 \text{ cm}^3$

Voorbeeld met meer dan drie grootheden

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

$$* p = 1,01 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$

$$* V = 2,94 \text{ m}^3$$

$$* R = 8,31 \text{ J/mol} \cdot \text{K}$$

$$* T = 350 \text{ K}$$

Bereken n.	<u>Methode 1</u>	Bereken n.	<u>Methode 2</u>
	$\Rightarrow 1,01 \cdot 10^5 \cdot 2,94 = n \cdot 8,31 \cdot 350$ $\Rightarrow 2,9694 \cdot 10^5 = n \cdot 2,9085 \cdot 10^3$ $\Rightarrow \frac{2,9694 \cdot 10^5}{2,9085 \cdot 10^3} = n$ $\Rightarrow n = 102 \text{ mol}$		$\Rightarrow 1,01 \cdot 10^5 \cdot 2,94 = n \cdot (8,31 \cdot 350)$ $\Rightarrow \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 2,94}{(8,31 \cdot 350)} = n$ $\Rightarrow n = 102 \text{ mol}$



Categorie “moeilijker”

In deze categorie van formules hebben alle formules één grootte in het kwadraat.

Naast het rekenprobleem zoals je dat bij de vorige categorie hebt gezien moet dus nu ook rekening worden gehouden met het kwadraat.

<u>Voorbeeld 2a</u>	<u>Voorbeeld 2b</u>	<u>Voorbeeld 2c</u>
$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ <p>* a = 6,25 m/s² * t = 5,23 s</p> <p>Bereken s.</p> $\Rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot 6,25 \cdot 5,23^2$ $\Rightarrow s = 85,5 \text{ m}$	$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ <p>* s = 6,43 m * t = 2,15 s</p> <p>Bereken a.</p> $\Rightarrow 6,43 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 2,15^2$ $\Rightarrow 6,43 = \left(\frac{1}{2} \cdot 2,15^2\right) \cdot a$ $\Rightarrow \frac{6,43}{\left(\frac{1}{2} \cdot 2,15^2\right)} = a$ $\Rightarrow a = 2,78 \text{ m/s}^2$	$s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ <p>* s = 5,87 m * a = 2,11 m/s²</p> <p>Bereken t.</p> $\Rightarrow 5,87 = \frac{1}{2} \cdot 2,11 \cdot t^2$ $\Rightarrow \frac{5,87}{\left(\frac{1}{2} \cdot 2,11\right)} = t^2$ $\Rightarrow 5,56398 = t^2$ $\Rightarrow \sqrt{5,56398} = t$ $\Rightarrow t = 2,36 \text{ s}$

Categorie "moeilijkst"

Deze categorie van formules bevat alle formules die niet tot de voorgaande twee behoren. De oplosmethode is vaak een combinatie van de methoden uit voorgaande twee categorieën.

<p>Voorbeeld 3a</p> $R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$ <ul style="list-style-type: none"> * $R = 4,40 \Omega$ * $A = 8,93 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ * $\ell = 1,45 \text{ m}$ <p>Bereken ρ.</p> $\Rightarrow 4,40 = \rho \cdot \frac{1,45}{8,93 \cdot 10^{-6}}$ $\Rightarrow \frac{4,40}{\left(\frac{1,45}{8,93 \cdot 10^{-6}}\right)} = \rho$ $\Rightarrow \frac{4,40}{\left(\frac{1,45}{8,93 \cdot 10^{-6}}\right)} = \rho$ $\Rightarrow \rho = 2,71 \cdot 10^{-5} \Omega\text{m}$	<p>Voorbeeld 3b</p> $R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$ <ul style="list-style-type: none"> * $R = 5,67 \Omega$ * $\rho = 1,7 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ * $A = 4,56 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$ <p>Bereken ℓ.</p> $\Rightarrow 5,67 = 1,7 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\ell}{4,56 \cdot 10^{-6}}$ $\Rightarrow \frac{5,67}{1,7 \cdot 10^{-8}} = \frac{\ell}{4,56 \cdot 10^{-6}}$ $\Rightarrow 3,335 \cdot 10^8 = \frac{\ell}{4,56 \cdot 10^{-6}}$ $\Rightarrow 3,335 \cdot 10^8 \cdot 4,56 \cdot 10^{-6} = \ell$ $\Rightarrow \ell = 1,5 \cdot 10^3 \text{ m}$	<p>Voorbeeld 3c</p> $R = \rho \cdot \frac{\ell}{A}$ <ul style="list-style-type: none"> * $R = 2,22 \Omega$ * $\rho = 1,2 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$ * $\ell = 2,57 \text{ m}$ <p>Bereken A.</p> $\Rightarrow 2,22 = 1,2 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2,57}{A}$ $\Rightarrow \frac{2,22}{1,2 \cdot 10^{-8}} = \frac{2,57}{A}$ $\Rightarrow 1,85 \cdot 10^8 = \frac{2,57}{A}$ $\Rightarrow 1,85 \cdot 10^8 \cdot A = 2,57$ $\Rightarrow A = \frac{2,57}{1,85 \cdot 10^8}$ $\Rightarrow A = 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ m}^2$
--	---	---

<p>Voorbeeld 4a</p> $\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ <ul style="list-style-type: none"> * $R_1 = 4,23 \Omega$ * $R_2 = 2,65 \Omega$ <p>Bereken R_v.</p> $\Rightarrow \frac{1}{R_v} = \frac{1}{4,23} + \frac{1}{2,65}$ $\Rightarrow \frac{1}{R_v} = 0,6138$ $\Rightarrow 1 = 0,6138 \cdot R_v$ $\Rightarrow R_v = \frac{1}{0,6138}$ $\Rightarrow R_v = 1,63 \Omega$	<p>Voorbeeld 4b</p> $\frac{1}{R_v} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ <ul style="list-style-type: none"> * $R_v = 3,89 \Omega$ * $R_2 = 8,86 \Omega$ <p>Bereken R_1.</p> $\Rightarrow \frac{1}{3,89} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{8,86}$ $\Rightarrow \frac{1}{3,89} - \frac{1}{8,86} = \frac{1}{R_1}$ $\Rightarrow 0,1442 = \frac{1}{R_1}$ $\Rightarrow 0,1442 \cdot R_1 = 1$ $\Rightarrow R_1 = \frac{1}{0,1442}$ $\Rightarrow R_1 = 6,93 \Omega$
--	--

Voorbeeld 5a

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$* \ell = 2,66 \text{ m}$$

$$* g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Bereken T.

$$\Rightarrow T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{2,66}{9,81}}$$

$$\Rightarrow T = 3,27 \text{ s}$$

Voorbeeld 5b

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{g}}$$

$$* T = 0,555 \text{ s}$$

$$* g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Bereken ℓ .

$$\Rightarrow 0,555 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{\ell}{9,81}}$$

$$\Rightarrow \frac{0,555}{2\pi} = \sqrt{\frac{\ell}{9,81}}$$

$$\Rightarrow 0,08833 = \sqrt{\frac{\ell}{9,81}}$$

$$\Rightarrow 0,08833^2 = \frac{\ell}{9,81}$$

$$\Rightarrow \ell = 0,08833^2 \cdot 9,81$$

$$\Rightarrow \ell = 0,0765 \text{ m}$$

Voorbeeld 6a

$$A = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$$

$$* A_0 = 150 \text{ Bq}$$

$$* t = 160 \text{ uur}$$

$$* t_{1/2} = 40,0 \text{ uur}$$

Bereken A.

$$\Rightarrow A = 150 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{160/40}$$

$$\Rightarrow A = 150 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\Rightarrow A = 150 \cdot \frac{1}{16}$$

$$\Rightarrow A = 9,38 \text{ Bq}$$

Voorbeeld 6b

$$A = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$$

$$* A = 770 \text{ Bq}$$

$$* t = 90 \text{ uur}$$

$$* t_{1/2} = 30 \text{ uur}$$

Bereken A_0 .

$$\Rightarrow 770 = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{90/30}$$

$$\Rightarrow 770 = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$\Rightarrow 770 = A_0 \cdot \frac{1}{8}$$

$$\Rightarrow 770 \cdot 8 = A_0$$

$$\Rightarrow A_0 = 6,2 \cdot 10^3 \text{ Bq}$$

Voorbeeld 6c

$$A = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$$

$$* A = 300 \text{ Bq}$$

$$* A_0 = 1200 \text{ Bq}$$

$$* t_{1/2} = 4,50 \text{ uur}$$

Bereken t.

$$\Rightarrow 300 = 1200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/4,50}$$

$$\Rightarrow \frac{300}{1200} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/4,50}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/4,50}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/4,50}$$

$$\Rightarrow 2 = t/4,50$$

$$\Rightarrow t = 2 \cdot 4,50 = 9,00 \text{ uur}$$

Bij voorbeeld 6c zijn de getallen zodanig dat de linkerkant van de vergelijking is schrijven is als een gehele macht van $\frac{1}{2}$ (in dit geval $(\frac{1}{2})^2$). Als dit niet mogelijk is wordt het iets moeilijker. De laatste vier formules in de categorie "moeilijkst" zijn de enige formules die je bij natuurkunde in de bovenbouw tegenkomt waarbij wiskunde B vereist is.

Voorbeeld 6d

$$A = A_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/t_{1/2}}$$

$$* A = 75,3 \text{ Bq}$$

$$* A_0 = 225 \text{ Bq}$$

$$* t_{1/2} = 40,0 \text{ uur}$$

Bereken t.

$$\Rightarrow 75,3 = 225 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/40,0}$$

$$\Rightarrow \frac{75,3}{225} = \left(\frac{1}{2}\right)^{t/40}$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{75,3}{225}\right) = \ln\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{t/40,0}\right) \quad \text{links en recht van "=" ln nemen}$$

$$\Rightarrow -1,0946 = (t/40,0) \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right) \quad \text{met } \ln(a^b) = b \cdot \ln(a)$$

$$\Rightarrow \frac{-1,0946}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} = (t/40,0)$$

$$\Rightarrow 1,5792 = \frac{t}{40,0}$$

$$\Rightarrow 1,5792 \cdot 40 = t$$

$$\Rightarrow t = 63,2 \text{ uur}$$

In het algemeen geldt:

$$\frac{t}{t_{1/2}} = \frac{\ln\left(\frac{N}{N_0}\right)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \quad \text{of} \quad \frac{t}{t_{1/2}} = \frac{\ln\left(\frac{A}{A_0}\right)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \quad \text{of} \quad \frac{d}{d_{1/2}} = \frac{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{\ln\left(\frac{1}{2}\right)} \quad \text{of} \quad -\frac{t}{R \cdot C} = \frac{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{\ln(e)} = \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

Zoals je weet hoef je bij natuurkunde alleen de formule in letters te noteren, de getallen die je in deze formule invult in de juiste eenheid en de uitkomst. De gehele berekening met alle wiskundige tussenstappen hoef je niet te noteren.

Degene zonder wiskunde B kunnen bovenstaande berekening dus gewoon uit hun hoofd leren als "trucje". Overigens worden dit soort berekeningen zeer zelden gevraagd.

Uitgebreidere formules

Je zult zien dat bij de onderwerpen die in de vierde en vijfde klas aan de orde komen bepaalde gestructureerde manieren van werken leiden tot het opstellen van wiskundige vergelijkingen. Deze vergelijkingen bestaan dan uit formules zoals je die in het overzicht op bladzijde 2 hebt gezien. Om de vergelijkingen te kunnen oplossen heb je niets anders nodig dan de balansmethode en de abc-formule voor kwadratische vergelijkingen. De abc-formule komt echter lang niet zo vaak voor als de balansmethode.

Balansmethode en abc-formule

Voorbeeld 7

Stel je hebt onderstaande vergelijking opgesteld:

$$m \cdot g \cdot h + E = F \cdot s$$

$$* m = 2,34 \text{ kg}$$

$$* g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$* E = 934 \text{ J}$$

$$* F = 267 \text{ N}$$

$$* s = 34,1 \text{ m}$$

Bereken h.

$$\Rightarrow 2,34 \cdot 9,81 \cdot h + 934 = 267 \cdot 34,1$$

$$\Rightarrow (2,34 \cdot 9,81) \cdot h = 267 \cdot 34,1 - 934$$

$$\Rightarrow h = \frac{267 \cdot 34,1 - 934}{(2,34 \cdot 9,81)}$$

$$\Rightarrow h = 356 \text{ m}$$

Voorbeeld 8

Stel je hebt onderstaande vergelijking opgesteld:

$$m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_2^2 + F \cdot (2 \cdot h - 30)$$

$$* m = 2,44 \text{ kg}$$

$$* g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$* v_1 = 20 \text{ m/s}$$

$$* v_2 = 25 \text{ m/s}$$

$$* F = 0,055 \text{ N}$$

Bereken h.

$$\Rightarrow 2,44 \cdot 9,81 \cdot h + \frac{1}{2} \cdot 2,44 \cdot 20^2 = \frac{1}{2} \cdot 2,44 \cdot 25^2 + 0,055 \cdot (2 \cdot h - 30)$$

$$\Rightarrow 23,936 \cdot h + 488,0 = 762,5 + 0,110 \cdot h - 1,65$$

$$\Rightarrow 23,936 \cdot h - 0,110 \cdot h + 488,0 = 762,5 - 1,65$$

$$\Rightarrow 23,936 \cdot h - 0,110 \cdot h = 762,5 - 1,65 - 488,0$$

$$\Rightarrow 23,826 \cdot h = 272,85$$

$$\Rightarrow h = \frac{272,85}{23,826}$$

$$\Rightarrow h = 11 \text{ m}$$

Voorbeeld 9

Stel je hebt onderstaande vergelijking opgesteld:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + F \cdot s$$

$$* m = 5,45 \text{ kg}$$

$$* g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

$$* h = 200 \text{ m}$$

$$* F = 289 \text{ N}$$

$$* s = 24,7 \text{ m}$$

Bereken v.

$$\Rightarrow 5,45 \cdot 9,81 \cdot 200 = \frac{1}{2} \cdot 5,45 \cdot v^2 + 289 \cdot 24,7$$

$$\Rightarrow 10692,9 = 2,725 \cdot v^2 + 7138,3$$

$$\Rightarrow 10692,9 - 7138,3 = 2,725 \cdot v^2$$

$$\Rightarrow 3554,6 = 2,725 \cdot v^2$$

$$\Rightarrow \frac{3554,6}{2,725} = v^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{3554,6}{2,725}} = v$$

$$\Rightarrow v = 36,1 \text{ m/s}$$

Voorbeeld 10

Stel je hebt onderstaande vergelijking opgesteld:

$$m \cdot a = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 + k \cdot v$$

$$* m = 5,45 \text{ kg}$$

$$* a = 0,56 \text{ m/s}^2$$

$$* c = 2,00$$

$$* \rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$$

$$* A = 4,47 \text{ m}^2$$

$$* k = 1,5 \text{ kg/s}$$

Bereken v.

$$\Rightarrow 5,45 \cdot 0,56 = \frac{1}{2} \cdot 2,00 \cdot 1,2 \cdot 4,47 \cdot v^2 + 1,5 \cdot v$$

$$\Rightarrow 3,052 = 5,364 \cdot v^2 + 1,5 \cdot v$$

$$\Rightarrow 5,364 \cdot v^2 + 1,5 \cdot v - 3,052 = 0$$

Deze vergelijking is van de vorm $ax^2 + bx + c = 0$ en dus kun je de abc – formule toepassen.

$$\Rightarrow v = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

$$\Rightarrow v = \frac{-1,5 \pm \sqrt{1,5^2 - 4 \cdot 5,364 \cdot (-3,052)}}{2 \cdot 5,364}$$

$$\Rightarrow v = \frac{-1,5 \pm \sqrt{2,25 + 65,4837}}{10,728}$$

$$\Rightarrow v = \frac{-1,5 \pm 8,23}{10,728}$$

$$\Rightarrow v = -0,91 \text{ m/s} \quad \vee \quad v = 0,63 \text{ m/s}$$

Stelsels van vergelijkingen

In de vierde en vijfde klas krijg je bij de onderwerpen krachten, energie, impulsbehoud en elektriciteit te maken met stelsels van twee vergelijkingen. In het algemeen geldt dat je per onbekende grootte die je wilt uitrekenen een vergelijking nodig hebt. Dus als je twee onbekende snelheden hebt, heb je twee onafhankelijke vergelijkingen nodig waar die snelheden in voorkomen.

Voorbeeld 11

Stel je hebt onderstaande twee vergelijkingen opgesteld:

$$1) 5 \cdot F_1 + 15 \cdot F_2 = 25$$

$$2) 4 \cdot F_1 + 3 \cdot F_2 = 14$$

Bereken F_1 en F_2 .

Een dergelijk probleem kun je oplossen door middel van substitutie.

$$1) 5 \cdot F_1 + 15 \cdot F_2 = 25$$

$$\Rightarrow F_1 = \frac{25 - 15 \cdot F_2}{5} = 5 - 3 \cdot F_2$$

$$2) 4 \cdot F_1 + 3 \cdot F_2 = 14$$

Substitueer vergelijking 1 in vergelijking 2.

$$\Rightarrow 4 \cdot (5 - 3 \cdot F_2) + 3 \cdot F_2 = 14$$

$$\Rightarrow 20 - 12 \cdot F_2 + 3 \cdot F_2 = 14$$

$$\Rightarrow -9 \cdot F_2 = -6$$

$$\Rightarrow F_2 = 0,67 \text{ N}$$

Invullen in vergelijking 1 geeft dan:

$$\Rightarrow F_2 = 0,67 \text{ N} \quad \text{en} \quad F_1 = 3,0 \text{ N}$$

Voorbeeld 12

Een stapje lastiger. Stel je hebt een lineaire en een kwadratische vergelijking. Stel je hebt onderstaande twee vergelijkingen opgesteld:

$$1) 2 \cdot v_1 + 6 \cdot v_2 = 10$$

$$2) 4 \cdot v_1^2 + 6 \cdot v_2^2 = 16$$

Bereken v_1 en v_2 .

Een dergelijk probleem kun je eveneens oplossen door middel van substitutie.

$$1) 2 \cdot v_1 + 6 \cdot v_2 = 10$$

$$\Rightarrow v_1 = \frac{10 - 6 \cdot v_2}{2} = 5 - 3 \cdot v_2$$

$$2) 4 \cdot v_1^2 + 6 \cdot v_2^2 = 16$$

Substitueer vergelijking 1 in vergelijking 2.

$$\Rightarrow 4 \cdot (5 - 3 \cdot v_2)^2 + 6 \cdot v_2^2 = 16$$

$$\Rightarrow 4 \cdot (25 - 30 \cdot v_2 + 9 \cdot v_2^2) + 6 \cdot v_2^2 = 16$$

$$\Rightarrow 100 - 120 \cdot v_2 + 36 \cdot v_2^2 + 6 \cdot v_2^2 = 16$$

$$\Rightarrow 42 \cdot v_2^2 - 120 \cdot v_2 + 84 = 0$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{120 \pm \sqrt{120^2 - 4 \cdot 42 \cdot 84}}{2 \cdot 42}$$

$$\Rightarrow v_2 = \frac{120 \pm \sqrt{288}}{84}$$

$$\Rightarrow v_2 = 1,2 \text{ m/s} \quad \vee \quad v_2 = 1,63 \text{ m/s}$$

Invullen in vergelijking 1 geeft dan:

$$\Rightarrow v_2 = 1,23 \text{ m/s} \quad \text{en} \quad v_1 = 1,32 \text{ m/s}$$

of

$$v_2 = 1,63 \text{ m/s} \quad \text{en} \quad v_1 = 0,11 \text{ m/s}$$