Opgaven

Opgave: Polsstokspringen

a) $m = \rho \cdot V$

$* \; m = 2{,}2 \text{ kg}$

$* \; V = V_{buiten} - V_{binnen} = ¼ \cdot \pi \cdot (3{,}9 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 4{,}5 - ¼ \cdot \pi \cdot (3{,}5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 4{,}5$

$\Rightarrow V = 1{,}046 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$

$\Rightarrow \rho = 2{,}1029 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

$\Rightarrow \rho = 2{,}1 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$

b) Kies twee tijdstippen:

- Het tijdstip op het hoogste punt ... hier wil je de hoogte van weten
- Het tijdstip op de grond … hier weet je de hoogte en de snelheid

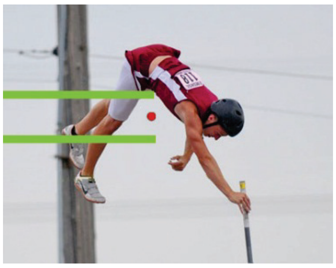
Maak een tabel met één kolom voor E_{voor} en één kolom voor E_{na}.
Ga alle vormen van energie na die van toepassing zijn en vul ze op de juiste plaats in de tabel in.

E_{voor}	E_{na}
$m_{man} \cdot g \cdot h$	$m_{man} \cdot g \cdot h_{man}$
$m_{polsstok} \cdot g \cdot h$	$m_{polsstok} \cdot g \cdot h_{polsstok}$
$½ \cdot m_{man} \cdot v^2$	n.v.t.
$½ \cdot m_{polsstok} \cdot v^2$	n.v.t.

Pas de wet van behoud van energie toe.
Er geldt: $E_{voor} = E_{na}$

$$\Rightarrow m_{man} \cdot g \cdot h + ½ \cdot m_{man} \cdot v^2 + m_{polsstok} \cdot g \cdot h + ½ \cdot m_{polsstok} \cdot v^2$$
$$= m_{man} \cdot g \cdot h_{man} + m_{polsstok} \cdot g \cdot h_{polsstok}$$
$$\Rightarrow 70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}85 + ½ \cdot 70 \cdot 8{,}9^2 + 2{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}85 + ½ \cdot 2{,}2 \cdot 8{,}9^2$$
$$= 70 \cdot 9{,}81 \cdot h_{man} + 2{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot \left(\frac{4{,}5}{2}\right)$$
$$\Rightarrow h_{max} = 4{,}970 \text{ m}$$
$$\Rightarrow h_{max} = 5{,}0 \text{ m}$$

c) Of de polsstokspringer nu gestrekt over de lat gaat of niet maakt niets uit voor de maximale hoogte die het zwaartepunt van de polsstokspringer kan bereiken, want aan de berekening van vraag b) verandert niets!
Als de polsstokspringer gestrekt over de lat gaat dan kan moet de lat onder het zwaartepunt liggen.
Als de polsstokspringer zich kromt komt de romp boven het zwaartepunt van het lichaam te liggen. De lat kan dus nu boven het zwaartepunt van de polsstokspringer liggen. Zie nevenstaande afbeelding.



d) Gegeven een (F,u)-diagram; gevraagd een versnelling, dus het is een krachtensom.

1) $F_r = m \cdot a$
2) $F_r = F_v - F_z$
   $* \; F_v = 14 \text{ kN} = 14 \cdot 10^3 \text{ N} \quad \text{(lees af)}$
   $* \; F_z = m \cdot g = 70 \cdot 9{,}81 = 686{,}7 \text{ N}$
   $\Rightarrow \; F_r = 1{,}3313 \cdot 10^4 \text{ N}$

$\Rightarrow \; 70 \cdot a = 1{,}3313 \cdot 10^4$

$\Rightarrow \; a = 190{,}19 \dfrac{m}{s^2}$

$\Rightarrow \; a = 1{,}9 \cdot 10^2 \text{ m/s}^2$

Dit is een behoorlijk grote versnelling. De enige reden waarom je die overleeft is dat deze gedurende zeer korte tijd werkt. Wat een menselijk lichaam aan kan kun je vinden onder nevenstaande link: link naar site [1].

e) De oppervlakte onder de grafiek in het (F,u)-diagram heeft als eenheid Ncm oftewel 10^{-2} J.
De arbeid komt in dit geval dus overeen met de oppervlakte onder de grafiek.
$* \; \text{aantal hokjes} = 20$
$* \; \text{arbeid per hokje} = 1 \cdot 10^3 \cdot 0{,}05 = 50 \text{ J}$
$\Rightarrow W = 20 \cdot 50 = 1{,}0 \cdot 10^3 \text{ J} = 1{,}0 \text{ kJ}$

f) Tijdens het indrukken van de matras wordt de zwaarte-energie en de kinetische energie omgezet in veerenergie en warmte.

g) Tijdens het terugveren van de matras wordt de veerenergie omgezet in kinetische energie, zwaarte-energie en warmte.

h) De matras wordt ingedrukt en veert daarna weer terug. De matras is echter geen ideale veer, want er gaat energie verloren. Dat betekent dat de arbeid die de matras verricht tijdens het indrukken groter is dan de arbeid die de matras verricht tijdens het terugveren. Het verschil is verloren gegaan in de vorm van warmte.
Daar de oppervlakte onder de grafieken overeenkomt met de arbeid wordt het diagram dus met de wijzers van de klok doorlopen, want de lijn met de grote oppervlakte hoort bij het indrukken, net als de lijn met de kleine oppervlakte bij het terugveren hoort.

i) Kies twee tijdstippen:
- Het tijdstip waarop de matras nèt niet meer is ingedrukt … hier wil je de snelheid weten
- Het tijdstip waarop de matras maximaal is ingedrukt … hier weet je de energie

Maak een tabel met één kolom voor E_{voor} en één kolom voor E_{na}.

1)

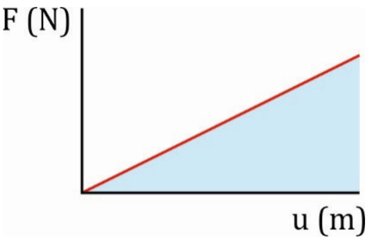
Ga alle vormen van energie na die van toepassing zijn en vul ze op de juiste plaats in de tabel in.

E_{voor}	E_{na}
n.v.t.	$m \cdot g \cdot h$
n.v.t.	$½ \cdot m \cdot v^2$
W_{matras}	n.v.t.

Pas de wet van behoud van energie toe.

Er geldt: $E_{voor} = E_{na}$

$$\Rightarrow W_{matras} = m \cdot g \cdot h + ½ \cdot m \cdot v^2$$
$$\Rightarrow 1{,}0 \cdot 10^3 = 70 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}45 + ½ \cdot 70 \cdot v^2$$
$$\Rightarrow v = 4{,}443 \text{ m/s}$$
$$\Rightarrow v = 4{,}4 \text{ m/s}$$



De arbeid die de matras tijdens het terugveren verricht heb je bij vraag e) bepaald. Bij een ideale veer zou dit $½Cu^2$ zijn geweest, maar in dit geval is de veer niet ideaal. Je wil helemaal niet dat de matras zich als een ideale veer gedraagt anders zou de polsstokspringer net zo hard weer omhoog stuiteren als hij op de matras gekomen is!
Een $½Cu^2$ is afkomstig van het oppervlak onder het (F,u)-diagram voor een ideale veer. Zie nevenstaande afbeelding. Dit is reeds eerder besproken. In de tabel voor E_{na} en E_{voor} neemt W_{matras} dus de plaats in van $½Cu^2$.

Extra opgave: Nimitz-klasse vliegdekschip

a) Er geldt:

$$\eta = \frac{W}{E_k}$$
$$* \; W = 196 \cdot 10^3 \cdot 94 = 1{,}8424 \cdot 10^7 \text{ J}$$
$$* \; E_k = ½ \cdot m \cdot v^2 = ½ \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{259}{3{,}6}\right)^2 = 7{,}764 \cdot 10^7 \text{ J}$$
$$\Rightarrow \eta = 24\%$$

b) De resterende nuttige arbeid zou $7{,}76 \cdot 10^7 - 1{,}8 \cdot 10^7 = 5{,}9 \cdot 10^7$ J moeten zijn.
De arbeid, die geleverd wordt door de katapult, komt overeen met de oppervlakte onder de grafiek.

$$* \text{ Aantal hokjes} = 58{,}5$$
$$* \text{ Arbeid per hokje is } 125 \cdot 10^3 \cdot 10 = 1{,}25 \cdot 10^6 \text{ J}$$
$$\Rightarrow \mathrm{W} = 58{,}5 \cdot 1{,}25 \cdot 10^6 = 7{,}3 \cdot 10^7 \text{ J}$$

Dit is ongeveer 24% meer dan nodig. Het gegeven diagram behoort dus waarschijnlijk niet bij deze lancering.

c) Er geldt:

$$\eta = \frac{\mathrm{E_k}}{\mathrm{E_t}}$$
$$* \mathrm{E_k} = ½ \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{v}^2 = ½ \cdot 30 \cdot 10^3 \cdot \left(\frac{259}{3{,}6}\right)^2 = 7{,}764 \cdot 10^7 \text{ J}$$
$$* \mathrm{E_t} = \mathrm{E_{ch}} = \mathrm{r_v} \cdot \mathrm{V}$$
$$* \mathrm{r_v} = 37 \cdot 10^6 \text{ J/L}$$
$$* \mathrm{V} = 6{,}0 \text{ gallon} = 6{,}0 \cdot 3{,}785 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 22{,}71 \text{ L}$$
$$\Rightarrow \mathrm{E_t} = 8{,}4 \cdot 10^8 \text{ J}$$
$$\Rightarrow \eta = 9{,}2\%$$

d) Veronderstel een eenparig versnelde rechtlijnige beweging.
Er geldt dan:

1) $\mathrm{s} = ½ \cdot \mathrm{a} \cdot \mathrm{t}^2$
2) $\mathrm{v} = \mathrm{a} \cdot \mathrm{t}$
3) $\mathrm{a} = \text{constant}$

Invullen

$$\Rightarrow \quad 1)\ 94 = ½ \cdot \mathrm{a} \cdot \mathrm{t}^2$$
$$2)\ \frac{259}{3{,}6} = \mathrm{a} \cdot \mathrm{t}$$
$$3)\ \mathrm{a} = \text{constant}$$

$$\Rightarrow \quad 1)\ 94 = ½ \cdot (\mathrm{a} \cdot \mathrm{t}) \cdot \mathrm{t}$$
$$2)\ 71{,}9 = \mathrm{a} \cdot \mathrm{t}$$
$$3)\ \mathrm{a} = \text{constant}$$

$$\Rightarrow \quad 1)\ 94 = ½ \cdot 71{,}9 \cdot \mathrm{t}$$
$$\Rightarrow \quad \mathrm{t} = 2{,}61 \text{ s}$$

De lancering zou dus 2,6 s duren.

e) Er geldt:

1) $F_r = m \cdot a = 30 \cdot 10^3 \ \cdot a$

$*$ a: de berekingen van vraag d gelden nu want onder alle krachten zijn constant dus ook a.

1) $s = ½ \cdot a \cdot t^2$
2) $v = a \cdot t$
3) $a = \text{constant}$

$\Rightarrow$ 1) $94 = ½ \cdot 71{,}9 \cdot t$
2) $71{,}9 = a \cdot 2{,}61$
$\Rightarrow a = 27{,}5\ \text{m/s}^2$

$\Rightarrow F_r = 8{,}26 \cdot 10^3\ \text{N}$

2) $F_r = F_{\text{aandrijving}} + F_{\text{katapult}}$

$*\ F_r = 8{,}26 \cdot 10^3\ \text{N}$

$*\ F_{\text{aandrijving}} = 196 \cdot 10^3\ \text{N}$

$\Rightarrow F_{\text{katapult}} = 6{,}3 \cdot 10^5\ \text{N}$

De kracht van de katapult was dus $6{,}2 \cdot 10^3$ kN.